

100 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題

- 設點 $A(x+5, y-3)$ 在第二象限，則點 $B(y+1, x+1)$ 在第幾象限？
(A) 第一象限 (B) 第二象限 (C) 第三象限 (D) 第四象限。
- 求 $\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{2} + \tan \frac{3\pi}{4} = ?$
(A) -1 (B) $-\frac{1}{2}$ (C) 0 (D) $\frac{1}{2}$ 。
- 設 $\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2}$ 且 $\tan \theta = \frac{4}{3}$ ，則 $\sin \theta + \cos \theta = ?$
(A) $-\frac{8}{5}$ (B) $-\frac{7}{5}$ (C) -1 (D) 0 。
- 下列何者為 -480° 的最小正同界角？
(A) 120° (B) 300° (C) $\frac{\pi}{3}$ (D) $\frac{4\pi}{3}$ 。
- 若 $2\sin^2 \theta + 5\cos \theta - 4 = 0$ ，則 $\cos \theta = ?$
(A) 0 (B) $\frac{1}{2}$ (C) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (D) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
- 設 $a = \sin 840^\circ$ ， $b = \cos(-840^\circ)$ ， $c = \tan 840^\circ$ ，則 a 、 b 、 c 之大小關係為何？
(A) $a > b > c$ (B) $b > a > c$ (C) $b > c > a$ (D) $c > b > a$ 。
- 若多項式 $4x^3 + 5x^2 + 6x + 7 = (x^2 + 2x + 3)(ax + b) + c$ ，則 $6a + 6b + c = ?$
(A) -12 (B) 2 (C) 12 (D) 22 。
- 設 $f(x)$ 為三次多項式，且 $f(0) = f(-1) = f(\frac{3}{2}) = 0$ ， $f(3) = 18$ ，則 $f(4) = ?$
(A) 18 (B) 25 (C) 36 (D) 50 。
- 設 n 為自然數，且 $x = 3^n + 3^n + 3^n$ ，則下列何者等於 x^2 ？
(A) 9^{3n} (B) 3^{2n+2} (C) 27^{2n} (D) 3^{3n+3} 。
- 設 x 為實數，且 $6^x - 3^x + 2^x - 1 = 0$ ，則 $6^x = ?$
(A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 6 。
- 設 $\log 2 = a$ ， $\log 3 = b$ ，則 $\log 15 = ?$
(A) $1 - a - b$ (B) $1 - a + b$ (C) $1 + a - b$ (D) $1 + a + b$ 。
- 求 $\frac{\log_3 2 + \log_9 4}{\log_3 8 + \log_9 16} = ?$
(A) $\frac{2}{5}$ (B) $\frac{3}{5}$ (C) $\frac{2}{3}$ (D) $\frac{9}{8}$ 。

13. 設點 A 坐標為(1, -2), 且 B、C 兩點在直線 L: $3x-4y=1$ 上, 若線段 \overline{BC} 的長為 3, 則 $\triangle ABC$ 的面積為何?
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)6。
14. 若坐標平面上三點 A(-2, 6), B(10, 2), C(a, a+4) 在同一直線上, 則 a = ?
 (A)-2 (B)-1 (C)1 (D)2。
15. 在坐標平面上, 若不等式組 $\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 6 \\ 2x+y \leq 8 \end{cases}$ 所圍區域為 R, 則 $f(x, y) = -2x+3y$ 在 R 上的最大值為何?
 (A)0 (B)8 (C)18 (D)20。
16. 設過點(4, 5)且垂直於直線 $3x-2y=8$ 的直線方程式為 $ax+by=1$, 則 $a+b=?$
 (A) $-\frac{1}{23}$ (B) $\frac{1}{23}$ (C) $\frac{5}{23}$ (D) $\frac{6}{23}$ 。
17. 湖面上有一大圓圈可用圓方程式 $x^2+y^2+6x-8y-11=0$ 來表示, 現在因水流關係而飄動, 此大圓圈的圓心移到(3, -4)的位置且半徑縮減為原來的 $\frac{1}{2}$, 則此小圓圈可用下列哪一個方程式表示?
 (A) $x^2+y^2-6x+8y+11=0$ (B) $x^2+y^2-6x+8y+16=0$
 (C) $x^2+y^2-6x+8y-25=0$ (D) $x^2+y^2-6x+8y+25=0$ 。
18. 若圓 C 的方程式為 $x^2+y^2-8x+7=0$, 則下列敘述何者正確?
 (A)圓 C 的半徑為 7 (B)點(2, 1)在圓 C 外
 (C)點(4, 3)在圓 C 上 (D)點(0, 0)在圓 C 內。
19. 設書架上分別有不同的中文書 2 本、日文書 1 本、英文書 1 本, 現將 4 本書排成一列, 但 2 本中文書必須相鄰, 共有多少種不同排法?
 (A)4 (B)8 (C)12 (D)24。
20. 已知平面上有 12 個相異點, 且任意三點都不共線, 則這 12 個點最多可以畫出多少條相異直線?
 (A)12 (B)24 (C)66 (D)132。
21. 一袋中有 4 紅球, 3 白球, 2 黑球, 今自其中同時取出 3 球, 若每球被取出的機率相等, 則取出 3 球同色的機率為何?
 (A) $\frac{5}{84}$ (B) $\frac{11}{84}$ (C) $\frac{13}{84}$ (D) $\frac{37}{84}$ 。
22. 若某班有 33 人, 某天早餐喝豆漿的有 18 人, 喝牛奶的有 7 人, 而豆漿與牛奶都喝的有 2 人, 則這天早餐豆漿與牛奶都沒喝的有多少人?
 (A)6 (B)7 (C)9 (D)10。

23. 某生月考成績如表(一)所示，若以每週上課時數為權數，求其加權平均數為何？
 (A)67 (B)72 (C)74 (D)76。

表(一)

科目	國文	英文	數學	物理	化學
上課時數	6	5	6	4	4
成績	75	70	80	65	65

24. 表(二)是某班級 50 位同學的家庭人口數之次數及以下累積次數分配表，求 $x+y+z$ ？
 (A)46 (B)48 (C)50 (D)53。

表(二)

家庭人口數	3	4	5	6	7
次數(學生數)	9	x	12	z	6
以下累積次數	9	y	35	44	50

25. 已知一組資料 x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 的標準差為 3，算術平均數為 18，若設另外一組資料 $2x_1-3, 2x_2-3, 2x_3-3, 2x_4-3, 2x_5-3$ 的標準差為 a，算術平均數為 b，則 $b-a$ ？
 (A)17 (B)21 (C)25 (D)27。

【解答】

- 1.(D) 2.(B) 3.(B) 4.(D) 5.(B) 6.(A) 7.(D) 8.(D) 9.(B) 10.(A)
 11.(B) 12.(A) 13.(C) 14.(C) 15.(C) 16.(C) 17.(B) 18.(C) 19.(C) 20.(C)
 21.(A) 22.(D) 23.(B) 24.(A) 25.(D)

100 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題詳解

- 1.(D) 2.(B) 3.(B) 4.(D) 5.(B) 6.(A) 7.(D) 8.(D) 9.(B) 10.(A)
 11.(B) 12.(A) 13.(C) 14.(C) 15.(C) 16.(C) 17.(B) 18.(C) 19.(C) 20.(C)
 21.(A) 22.(D) 23.(B) 24.(A) 25.(D)

1. $A(x+5, y-3) \in \text{II}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+5 < 0 \\ y-3 > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x < -5 \\ y > 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x+1 < -4 \\ y+1 > 4 \end{cases} \Rightarrow B(y+1, x+1) \in \text{IV}$$

2. $\sin \frac{\pi}{6} + \cos \frac{\pi}{2} + \tan \frac{3\pi}{4} = \sin 30^\circ + \cos 90^\circ + \tan 135^\circ = \frac{1}{2} + 0 + (-1) = -\frac{1}{2}$

3. $\left. \begin{array}{l} \frac{\pi}{2} < \theta < \frac{3\pi}{2} \\ \tan \theta > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta \in \text{II} \cdot \text{III} \left. \vphantom{\frac{\pi}{2}} \right\} \therefore \theta \in \text{III}$
 $\left. \begin{array}{l} \tan \theta > 0 \end{array} \right\} \Rightarrow \theta \in \text{I} \cdot \text{III}$

$\tan \theta = \frac{4}{3} \Rightarrow \begin{array}{c} 5 \\ \theta \\ -3 \end{array} - 4 \Rightarrow \sin \theta + \cos \theta = -\frac{4}{5} - \frac{3}{5} = -\frac{7}{5}$

4. 最小正同界角 $= -480^\circ + 360^\circ \cdot 2 = 240^\circ = \frac{4\pi}{3}$

5. $2\sin^2 \theta + 5\cos \theta - 4 = 0 \Rightarrow 2(1 - \cos^2 \theta) + 5\cos \theta - 4 = 0$
 $\Rightarrow 2\cos^2 \theta - 5\cos \theta + 2 = 0 \Rightarrow (2\cos \theta - 1)(\cos \theta - 2) = 0$
 $\Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2}$ or $\cos \theta = 2$ (不合, $\because -1 \leq \cos \theta \leq 1$)

6. $a = \sin 840^\circ = \sin 120^\circ = \sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$b = \cos(-840^\circ) = \cos 840^\circ = \cos 120^\circ = -\cos 60^\circ = -\frac{1}{2}$

$c = \tan 840^\circ = \tan 120^\circ = -\tan 60^\circ = -\sqrt{3}$, 故 $a > b > c$

7. $4x^3 + 5x^2 + 6x + 7 = (x^2 + 2x + 3)(ax + b) + c = ax^3 + (2a + b)x^2 + (3a + 2b)x + (3b + c)$

$$\left. \begin{array}{l} x^3 \text{ 項係數} \Rightarrow a = 4 \\ x^2 \text{ 項係數} \Rightarrow 2a + b = 5 \Rightarrow b = -3 \\ \text{常數項} \Rightarrow 3b + c = 7 \Rightarrow c = 16 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 6a + 6b + c \\ = 24 - 18 + 16 \\ = 22 \end{array}$$

8. $f(0)=f(-1)=f(\frac{3}{2})=0 \Rightarrow$ 有因式 $= (x-0)(x+1)(x-\frac{3}{2})$

令 $f(x)=kx(x+1)(x-\frac{3}{2})$, $f(3)=k \cdot 3 \cdot 4 \cdot \frac{3}{2}=18 \Rightarrow k=1$

故 $f(x)=1 \cdot x(x+1)(x-\frac{3}{2})$, $f(4)=4 \cdot 5 \cdot \frac{5}{2}=50$

9. $x=3^n+3^n+3^n=3 \cdot 3^n=3^{n+1}$, $x^2=(3^{n+1})^2=3^{2n+2}$

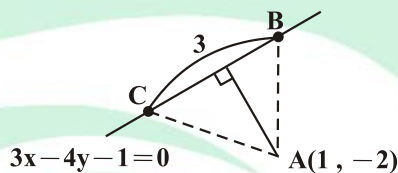
10. $6^x-3^x+2^x-1=0 \Rightarrow (2^x-1)(3^x+1)=0 \Rightarrow 2^x=1=2^0$ or $3^x=-1$ (不合)
 $\Rightarrow x=0 \Rightarrow 6^x=6^0=1$

11. $\log 15 = \log 3 \cdot 5 = \log 3 + \log 5 = \log 3 + (1 - \log 2) = 1 - a + b$

12. 原式 $= \frac{\log_3 2 + \log_3 2^2}{\log_3 2^3 + \log_3 2^4} = \frac{\log_3 2 + \log_3 2}{3 \log_3 2 + 2 \log_3 2} = \frac{2 \log_3 2}{5 \log_3 2} = \frac{2}{5}$

13. 高 $= d(A, L) = \frac{|3 \cdot 1 - 4(-2) - 1|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 2$

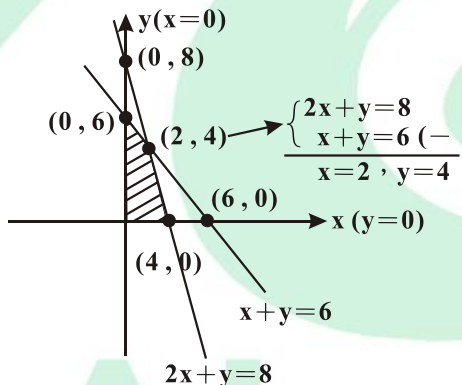
$\triangle ABC = \frac{\overline{BC} \cdot \text{高}}{2} = \frac{3 \cdot 2}{2} = 3$



14. $m_{\overline{AB}} = m_{\overline{BC}} \Rightarrow \frac{6-2}{-2-10} = \frac{(a+4)-2}{a-10} \Rightarrow -\frac{1}{3} = \frac{a+2}{a-10}$

$\Rightarrow 3a+6 = -a+10 \Rightarrow a=1$

15.



$f(x, y) = -2x + 3y$

$f(4, 0) = -8$

$f(0, 6) = 18 \dots \dots$ 最大值

$f(2, 4) = 8$

16. 令所求直線 $\Rightarrow 2x + 3y = k$

代 $(4, 5) \Rightarrow 8 + 15 = k$

故所求直線 $\Rightarrow 2x + 3y = 23 \Rightarrow \frac{2}{23}x + \frac{3}{23}y = 1 \Rightarrow a = \frac{2}{23}$, $b = \frac{3}{23}$

$\Rightarrow a + b = \frac{5}{23}$

17. $x^2 + y^2 + 6x - 8y - 11 = 0 \Rightarrow r_1 = \frac{1}{2} \sqrt{6^2 + (-8)^2 - 4(-11)} = 6$

小圓之 $\begin{cases} \text{圓心}(3, -4) \Rightarrow (x-3)^2 + (y+4)^2 = 3^2 \\ r_2 = \frac{6}{2} = 3 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x + 8y + 16 = 0 \end{cases}$

18. $x^2 + y^2 - 8x + 7 = 0 \Rightarrow$ 圓心(4, 0), $r = \frac{1}{2} \sqrt{(-8)^2 + 0^2 - 4 \cdot 7} = 3$

(2, 1)代入 $\Rightarrow 2^2 + 1^2 - 8 \cdot 2 + 7 < 0 \Rightarrow$ 在圓內

(4, 3)代入 $\Rightarrow 4^2 + 3^2 - 8 \cdot 4 + 7 = 0 \Rightarrow$ 在圓上

(0, 0)代入 $\Rightarrow 0^2 + 0^2 - 8 \cdot 0 + 7 > 0 \Rightarrow$ 在圓外

19. (中₁, 中₂), (日), (英) $\Rightarrow 3! \cdot \underline{\underline{2!}} = 12$

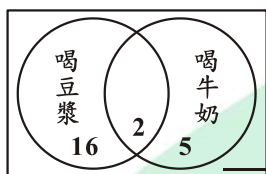
2本中文互換

20. 相異直線 $= C_2^{12} = 66$

21. 樣本空間 $= C_3^9 = 84$

欲求情形 $= 3$ 紅 or 3 白 $= C_3^4 + C_3^3 = 5$ } $P = \frac{5}{84}$

22.



全班33人

→ 豆漿與牛奶都沒喝人數
 $= 33 - 16 - 2 - 5 = 10$

23. $\bar{W} = \frac{75 \cdot 6 + 70 \cdot 5 + 80 \cdot 6 + 65 \cdot 4 + 65 \cdot 4}{6 + 5 + 6 + 4 + 4} = \frac{1800}{25} = 72$

24. $\left. \begin{array}{l} (1) 35 + z = 44 \Rightarrow z = 9 \\ (2) y + 12 = 35 \Rightarrow y = 23 \\ (3) 9 + x = y \Rightarrow x = 14 \end{array} \right\} x + y + z = 46$

25. $\bar{x} = 18, S_x = 3, y = 2x - 3$

$a = S_y = 2S_x = 2 \cdot 3 = 6$

$b = \bar{y} = 2\bar{x} - 3 = 2 \cdot 18 - 3 = 33$ } $b - a = 27$

ALeader