

# 101 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(A) 試題

- $\log_2(\log_{10}\sqrt{\sqrt{\sqrt{10}}})$ 可化為下列何者？  
(A)-2 (B)-3 (C)-4 (D)-5。
- 設過 $(-1, 2)$ 、 $(0, 0)$ 、 $(3, -2)$ 三點之圓方程式為 $x^2+y^2+dx+ey+f=0$ ，則 $d+e+f$ 等於下列何者？  
(A)-16 (B)-2 (C)2 (D)16。
- 無論 $m$ 為任何實數，直線 $mx-y+1=3m$ 都通過下列哪一點？  
(A)(0, 0) (B)(0, 1) (C)(3, 1) (D)(2, 1)。
- 一邊長為 $a$ 之正方形與一圓有相同周長，設圓面積為 $A$ ，則下列何者正確？  
(A) $A = \frac{4a^2}{\pi^2}$  (B) $A = \frac{a^2}{\pi}$  (C) $A = a^2$  (D) $A = \frac{4a^2}{\pi}$ 。
- 擲二粒均勻的骰子，求點數和小於5的機率。  
(A) $\frac{1}{9}$  (B) $\frac{5}{36}$  (C) $\frac{1}{6}$  (D) $\frac{1}{4}$ 。
- 設 $A(5, 8)$ 、 $B(7, 0)$ 、 $C(-3, -2)$ 是三角形 $ABC$ 的三頂點，若 $D$ 、 $E$ 、 $F$ 分別是 $\overline{AB}$ 、 $\overline{BC}$ 、 $\overline{CA}$ 的中點，則三角形 $DEF$ 的重心坐標為下列何者？  
(A) $(-2, 3)$  (B) $(2, -3)$  (C) $(2, 3)$  (D) $(3, 2)$ 。
- 若某人射擊5次的成績分別為75、60、85、100、80，則其標準差為何？  
(A) $\sqrt{80}$  (B) $\sqrt{170}$  (C) $\sqrt{850}$  (D)80。
- 某次數學小考班上10位同學的成績分別為50、73、85、42、90、65、100、35、80、75，若其全距為 $a$ ，中位數為 $b$ ，則 $a+b$ 之值為何？  
(A)138 (B)139 (C)140 (D)141。
- 多項式 $3x^{201}+4x^{100}-5x^{52}+1$ 除以 $x+1$ 的餘式為下列何者？  
(A)-3 (B)-2 (C)-1 (D)0。
- 若函數 $f(x)=x^2+3x-1$ 的圖形和 $x$ 軸交於 $(x_1, 0)$ 、 $(x_2, 0)$ 兩點，則 $|x_1-x_2|$ 之值為何？  
(A)3 (B) $\sqrt{11}$  (C) $\sqrt{13}$  (D) $\sqrt{14}$ 。
- $(x+2y)^8$ 的展開式中， $x^5y^3$ 的係數為何？  
(A)56 (B)120 (C)448 (D)600。
- 在小於1000的正整數中，7或11的倍數共有幾個？  
(A)200 (B)220 (C)232 (D)240。
- 從0、1、3、7、8、9六個數字中取三個數字(數字不可重複)排成三位數的奇數，則方法有幾種？  
(A)64 (B)80 (C)100 (D)120。

14. 袋中有 4 個黑球 5 個白球，若每球被取出的機會均等，自袋中一次取出三球，則此三球皆為白球的機率為下列何者？  
 (A)  $\frac{5}{42}$  (B)  $\frac{40}{243}$  (C)  $\frac{1}{3}$  (D)  $\frac{5}{9}$ 。
15. 在同一直角坐標平面上，函數  $y = \log_{10} x$  與  $y = 10^x$  的圖形共有幾個交點？  
 (A)0 (B)1 (C)2 (D)3。
16. 已知  $x$ 、 $y$  為實數且  $x + 3y = 1$ ，則  $x^2 + y^2$  的最小值為何？  
 (A)  $\frac{1}{10}$  (B)  $\frac{1}{\sqrt{10}}$  (C)  $\sqrt{10}$  (D)10。
17. 設  $t$  是任意實數，若  $x = \frac{1 - \sin^2 t}{1 + \sin^2 t}$ 、 $y = \frac{2 \sin t}{1 + \sin^2 t}$ ，則  $x^2 + y^2$  之值等於下列何者？  
 (A)0 (B)1 (C)2 (D)3。
18. 若  $x^2 - 3x + 2$  是  $ax^3 + 3x^2 + bx - 2$  的因式，則  $a + 3b$  之值等於下列何者？  
 (A)  $-\frac{4}{3}$  (B)  $-1$  (C)  $-\frac{1}{3}$  (D)0。
19. 直線  $ax + by + c = 0$  的斜角為  $\alpha$  且  $\sin \alpha + \cos \alpha = 0$ ，則下列何者正確？  
 (A)  $a + b = 1$  (B)  $a - b = 1$  (C)  $a + b = 0$  (D)  $a - b = 0$ 。
20. 若變數  $x$ 、 $y$  滿足條件  $x + y \leq 6$ 、 $x - 3y \leq -2$ 、 $x \geq 1$ ，則  $2x + 3y$  的最小值為何？  
 (A)17 (B)14 (C)5 (D)3。
21. 函數  $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$  的圖形，其頂點落在第幾象限？  
 (A)一 (B)二 (C)三 (D)四。
22. 設  $\tan A$ 、 $\tan B$  是一元二次方程式  $x^2 - 7x + 12 = 0$  的兩根，則  $\cot(A + B)$  之值等於下列何者？  
 (A)  $-\frac{11}{7}$  (B)  $-\frac{7}{13}$  (C)  $\frac{7}{13}$  (D)  $\frac{11}{7}$ 。
23. 設  $x$  是任意實數，則下列何者不是恆等式？  
 (A)  $\cos 2x + 2\sin^2 x = 1$  (B)  $\tan^2 x - \sin^2 x = \tan^2 x \sin^2 x$   
 (C)  $\cot^2 x - \cos^2 x = \cot^2 x \cos^2 x$  (D)  $\csc^2 x - \sec^2 x = \sec^2 x \csc^2 x$ 。
24. 設  $a$ 、 $b$  是一元二次方程式  $x^2 - x - 1 = 0$  的兩根，若  $a > b$ ，則數對  $(\frac{a^2 - b^2}{\sqrt{5}}, \frac{a^4 - b^4}{\sqrt{5}})$  等於下列何者？  
 (A)(3, 1) (B)(3, 2) (C)(1, 2) (D)(1, 3)。
25. 設  $180^\circ < \theta < 360^\circ$  且  $\cos \theta = \frac{1}{3}$ ，則  $\tan \theta + \csc \theta$  之值為何？  
 (A)  $-\frac{11\sqrt{2}}{4}$  (B)  $-\frac{5\sqrt{2}}{4}$  (C)  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$  (D)  $\frac{11\sqrt{2}}{4}$ 。

【解答】

- 1.(B) 2.(A) 3.(C) 4.(D) 5.(C) 6.(D) 7.(B) 8.(B) 9.(A) 10.(C)  
11.(C) 12.(B) 13.(A) 14.(A) 15.(A) 16.(A) 17.(B) 18.(C) 19.(D) 20.(C)  
21.(D) 22.(A) 23.(D) 24.(D) 25.(A)





# 101 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(A) 試題詳解

- 1.(B) 2.(A) 3.(C) 4.(D) 5.(C) 6.(D) 7.(B) 8.(B) 9.(A) 10.(C)  
 11.(C) 12.(B) 13.(A) 14.(A) 15.(A) 16.(A) 17.(B) 18.(C) 19.(D) 20.(C)  
 21.(D) 22.(A) 23.(D) 24.(D) 25.(A)

1. 原式 =  $\log_2(\log_{10}10^{\frac{1}{8}}) = \log_2(\frac{1}{8} \log_{10}10) = \log_2 \frac{1}{8} = \log_2 2^{-3} = -3$

2.  $C: x^2 + y^2 + dx + ey + f = 0$

$(0, 0) \Rightarrow f = 0$

$(-1, 2) \Rightarrow -d + 2e = -5 \dots \dots \dots (1)$

$(3, -2) \Rightarrow 3d - 2e = -13 \dots \dots \dots (2)$

由(1)+(2)  $\Rightarrow d = -9, e = -7$

$\therefore d + e + f = -16$

3.  $mx - y + 1 = 3m \Rightarrow y - 1 = mx - 3m = m(x - 3) \Rightarrow$  定點為(3, 1)

4. 正方形周長 = 圓周長  $\Rightarrow 4a = 2\pi r \Rightarrow r = \frac{2a}{\pi}$

圓面積  $A = \pi r^2 = \pi (\frac{2a}{\pi})^2 = \pi \cdot \frac{4a^2}{\pi^2} = \frac{4a^2}{\pi}$

5. 樣本空間 =  $6^2 = 36$

欲求情形數  $\Rightarrow$  2 點 or 3 點 or 4 點

- |          |          |          |   |     |
|----------|----------|----------|---|-----|
| $(1, 1)$ | $(1, 2)$ | $(1, 3)$ | } | 6 種 |
|          | $(2, 1)$ | $(3, 1)$ |   |     |
|          |          | $(2, 2)$ |   |     |

$\therefore P = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

6.  $\triangle DEF$  之重心 =  $\triangle ABC$  重心 =  $(\frac{5+7+(-3)}{3}, \frac{8+0+(-2)}{3}) = (3, 2)$

7.  $\frac{\bar{x}}{x} = \frac{75+60+85+100+80}{5} = 80$

標準差 =  $\sqrt{\frac{(80-75)^2 + (80-60)^2 + (80-85)^2 + (80-100)^2 + (80-80)^2}{5}} = \sqrt{\frac{850}{5}}$   
 $= \sqrt{170}$

8. 全距  $a = \text{最大} - \text{最小} = 100 - 35 = 65$   
 小到大：35, 42, 50, 65, 73, 75, 80, 85, 90, 100  
 中位數  $b = \text{第5數與第6數之平均} = \frac{73+75}{2} = 74$

$\therefore a + b = 139$

9. (1) 令  $x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1$   
 (2) 餘  $= f(-1) = 3(-1)^{201} + 4(-1)^{100} - 5(-1)^{52} + 1 = -3 + 4 - 5 + 1 = -3$

10.  $\begin{cases} f(x) = x^2 + 3x - 1 \\ y = 0 (\text{x軸}) \end{cases}$  交於  $(x_1, 0), (x_2, 0)$

$\Rightarrow x^2 + 3x - 1 = 0$  之兩根為  $x_1, x_2$

(1)  $x_1 + x_2 = -3$ ; (2)  $x_1 \cdot x_2 = -1$

$|x_1 - x_2|^2 = (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 \cdot x_2 = (-3)^2 - 4(-1) = 13$

$\therefore |x_1 - x_2| = \sqrt{13}$

11.  $(x + 2y)^8 \Rightarrow C_r^8 \cdot x^{8-r} \cdot (2y)^r \Rightarrow C_r^8 \cdot 2^r \cdot x^{8-r} \cdot y^r$

代  $r = 3 \Rightarrow C_3^8 \cdot 2^3 \cdot x^5 \cdot y^3 = 56 \cdot 8 \cdot x^5 \cdot y^3 = 448x^5y^3$

12.  $n(7 \cup 11) = n(7) + n(11) - n(7 \cap 11) = n(7) + n(11) - n(77) = 142 + 90 - 12 = 220$

13.  $\left. \begin{array}{l} \text{個位數} \Rightarrow 1, 3, 7, 9 \text{ 四選一 (設選 1)} \\ \text{百位數} \Rightarrow \text{自 } 3, 7, 8, 9 \text{ 四選一 (設選 3)} \\ \text{十位數} \Rightarrow \text{自 } 0, 7, 8, 9 \text{ 四選一} \end{array} \right\} 4 \times 4 \times 4 = 64$

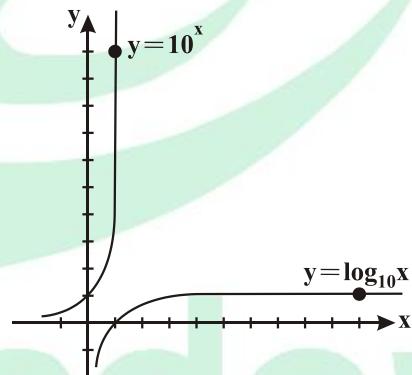
14.  $P(3 \text{ 白球}) = \frac{P_3^5}{P_3^9} = \frac{5 \cdot 4 \cdot 3}{9 \cdot 8 \cdot 7} = \frac{5}{42}$

15.  $y = \log_{10} x \Rightarrow \text{增函數；過 I、IV}$

x	$\frac{1}{10}$	10	100
y	-1	1	2

$y = 10^x \Rightarrow \text{增函數；過 I、II}$

x	-1	0	1
y	$\frac{1}{10}$	1	10



兩圖形  $\Rightarrow$  無交點  
 $\Rightarrow$  對稱  $x - y = 0$

16. 柯西不等式  
 $\Rightarrow (x^2 + y^2)(1^2 + 3^2) \geq (x + 3y)^2 \Rightarrow (x^2 + y^2) \cdot 10 \geq 1$   
 $\Rightarrow x^2 + y^2 \geq \frac{1}{10} \dots \dots \text{最小值}$

$$17. \quad x^2 + y^2 = \left(\frac{1 - \sin^2 t}{1 + \sin^2 t}\right)^2 + \left(\frac{2 \sin t}{1 + \sin^2 t}\right)^2 = \frac{\sin^4 t - 2\sin^2 t + 1}{(1 + \sin^2 t)^2} + \frac{4\sin^2 t}{(1 + \sin^2 t)^2}$$

$$= \frac{\sin^4 t + 2\sin^2 t + 1}{(1 + \sin^2 t)^2} = \frac{(\sin^2 t + 1)^2}{(1 + \sin^2 t)^2} = 1$$

18. 因式  $= x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$

$$f(x) = ax^3 + 3x^2 + bx - 2$$

$$f(1) = 0 \Rightarrow a + 3 + b - 2 = 0 \Rightarrow a + b = -1 \cdots \cdots (1)$$

$$f(2) = 0 \Rightarrow 8a + 12 + 2b - 2 = 0 \Rightarrow 4a + b = -5 \cdots \cdots (2)$$

$$\text{由}(2) - (1) \Rightarrow 3a = -4 \Rightarrow a = -\frac{4}{3}, b = \frac{1}{3}, \text{故 } a + 3b = -\frac{4}{3} + 1 = -\frac{1}{3}$$

19.  $\sin \alpha + \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = -\cos \alpha \Rightarrow$  兩邊同除以  $\cos \alpha : \tan \alpha = -1 = m$

$$ax + by + c = 0 \Rightarrow m = -\frac{a}{b} = -1 \Rightarrow a = b \Rightarrow a - b = 0$$

20.  $f(x, y) = 2x + 3y$

$$f(1, 1) = 5 \cdots \cdots \text{最小值}$$

$$f(1, 5) = 17$$

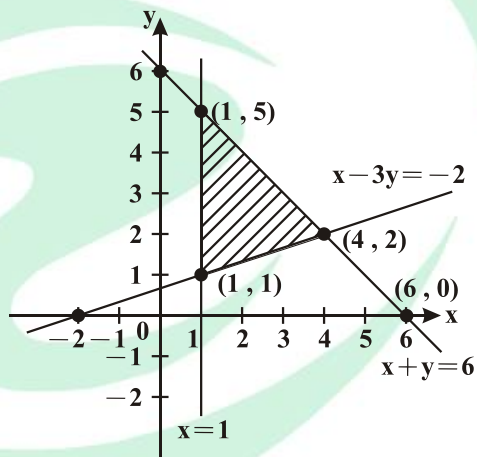
$$f(4, 2) = 14$$

21.  $f(x) = -2x^2 + 3x - 4$

$$= -2\left(x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{9}{16}\right) - 4 + \frac{9}{8}$$

$$= -2\left(x - \frac{3}{4}\right)^2 - \frac{23}{8}$$

$$\text{頂點}\left(\frac{3}{4}, -\frac{23}{8}\right) \in \text{IV}$$



22.  $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \tan A + \tan B = 7 \\ \tan A \cdot \tan B = 12 \end{cases}$

$$\Rightarrow \tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \cdot \tan B} = \frac{7}{1 - 12} = -\frac{7}{11}$$

$$\Rightarrow \cot(A + B) = \frac{1}{\tan(A + B)} = -\frac{11}{7}$$

23.  $\csc^2 x - \sec^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} - \frac{1}{\cos^2 x} = \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x} = \frac{\cos 2x}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$

$$= \cos 2x \cdot \frac{1}{\sin^2 x} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} = \cos 2x \cdot \csc^2 x \cdot \sec^2 x$$

$$24. \quad x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a + b = 1 \\ a \cdot b = -1 \end{cases}$$

$$a^2 + b^2 = (a + b)^2 - 2ab = (1)^2 - 2(-1) = 3$$

$$(a - b)^2 = (a + b)^2 - 4ab = (1)^2 - 4(-1) = 5$$

$$a - b = \pm \sqrt{5} \quad (\text{取正, } \because a > b)$$

$$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = 1 \cdot \sqrt{5} = \sqrt{5}$$

$$a^4 - b^4 = (a^2 + b^2)(a^2 - b^2) = 3\sqrt{5}$$

$$\text{數對} \left( \frac{a^2 - b^2}{\sqrt{5}}, \frac{a^4 - b^4}{\sqrt{5}} \right) = \left( \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}, \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \right) = (1, 3)$$

$$25. \quad \cos \theta = \frac{1}{3} \Rightarrow \theta \in \text{IV} \Rightarrow \begin{array}{c} \text{3} \\ \text{斜邊} \\ \theta \\ \text{1} \\ \text{底邊} \\ \text{1} \\ \text{高} \\ \text{2}\sqrt{2} \end{array}$$

$$\Rightarrow \sin \theta = \frac{-2\sqrt{2}}{3}; \quad \csc \theta = -\frac{3}{2\sqrt{2}} = -\frac{3\sqrt{2}}{4}, \quad \tan \theta = -2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \tan \theta + \csc \theta = -2\sqrt{2} - \frac{3\sqrt{2}}{4} = -\frac{11\sqrt{2}}{4}$$

# ALeader