

105 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題

1. 設 $A(a, 1)$ 與 $B(0, -2)$ 為坐標平面上的兩點, 若 $\overline{AB} = 5$ 且 $a > 0$, 則 a 之值為何?
(A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
2. 坐標平面上兩點 $A(1, 1)$ 與 $B(-3, 9)$, 則 \overline{AB} 的垂直平分線方程式為何?
(A) $2x + y - 3 = 0$ (B) $x - 2y + 11 = 0$ (C) $2x + y + 3 = 0$ (D) $x - 2y - 11 = 0$ 。
3. 設標準位置角 $\theta = 10^\circ$, 則下列何者正確?
(A) 100° 跟 θ 在同一象限內
(B) 100° 是 θ 的一個同界角
(C) θ 為 $\frac{\pi}{18}$ 弧度
(D)圓心角為 θ 且半徑為 1 的扇形之弧長為 10。
4. $\sin \frac{\pi}{6} - \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{5\pi}{6} - \cos \frac{5\pi}{6} + \sin \frac{7\pi}{6} + \cos \frac{7\pi}{6} = ?$
(A) $-\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (B) $-\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (C) $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ 。
5. 若已知 $\sin \theta > 0$ 且 $\tan \theta < 0$, 則點 $(\cos \theta, \cot \theta)$ 落在第幾象限?
(A)第一象限 (B)第二象限 (C)第三象限 (D)第四象限。
6. 設 $f(x) = \sin^2 x - 4\sin x + 5$ 之最大值為 M 且最小值為 m , 則 $M + m = ?$
(A)9 (B)10 (C)11 (D)12。
7. 設 \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} 為平面向量, D 、 E 、 F 、 G 為坐標平面上的四個點, 若 $\overline{DE} = 2\vec{a}$, $\overline{DF} = 3\vec{b} - \vec{a}$, $\overline{FG} = -\vec{b} + 4\vec{c}$, 則下列何者恆正確?
(A) $\overline{GE} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 4\vec{c}$ (B) $\overline{GE} = 3\vec{a} - 2\vec{b} - 4\vec{c}$
(C) $\overline{GE} = 4\vec{a} - 3\vec{b} + 2\vec{c}$ (D) $\overline{GE} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$ 。
8. 已知平面上兩向量 $\vec{a} = (1, 2)$ 與 $\vec{b} = (3, 4)$, 且 $\vec{a} + \vec{b}$ 與 $\vec{a} - \vec{b}$ 的夾角為 θ , 則下列何者正確?
(A) θ 為銳角 (B) θ 為直角 (C) θ 為鈍角 (D) θ 為平角。
9. 設 $f(x) = x^3 - 4x^2 + 4x - 5$, $g(x) = x^2 - 1$, 令 $q(x)$ 、 $r(x)$ 分別為 $f(x) \div g(x)$ 的商式與餘式, 則 $2q(x) - r(x) = ?$
(A) $-3x + 1$ (B) $-2x + 1$ (C) $2x - 1$ (D) $3x - 1$ 。
10. 已知兩多項式 $p(x)$ 與 $q(x)$ 除以 $2x - 1$ 的餘式分別為 1 與 -1 , 則多項式 $[p(x)]^{2016} + [q(x)]^{2016}$ 除以 $x - \frac{1}{2}$ 的餘式為何?
(A)1 (B)2 (C)16 (D)2016。

11. 設 a 為一實數。若已知方程式 $2x^3 - ax^2 - 4x + 3 = 0$ 有一解為 -1 ，另外兩解分別為 α 、 β ，則 $\alpha + \beta = ?$

- (A) $-\frac{7}{2}$ (B) $-\frac{5}{2}$ (C) $\frac{5}{2}$ (D) $\frac{7}{2}$ 。

12. $\frac{3^{\frac{1}{3}} \cdot 9^{\frac{1}{6}} \cdot 27^{\frac{1}{9}} \cdot 81^5}{243^4}$ 之值為何？

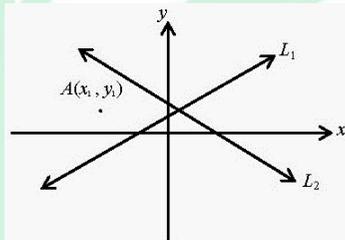
- (A) 1 (B) 3 (C) 9 (D) 243。

13. 設 $a > 0$ 、 $b > 0$ 且 $a \neq 1$ 。若 $\log_a \sqrt[3]{25} = \frac{2}{3}$ 、 $\log_8 b = \frac{-1}{3}$ 、 $\log_2 \frac{1}{16} = c$ ，則 $a + 2b + 3c = ?$

- (A) -6 (B) -2 (C) 2 (D) 6。

14. 已知 $a_1 > 0$ 、 $a_2 > 0$ ，設坐標平面上兩相異直線 $L_1: a_1x + b_1y + c_1 = 0$ 、 $L_2: a_2x + b_2y + c_2 = 0$ 的圖形，與點 $A(x_1, y_1)$ 的位置如下圖所示，則點 $A(x_1, y_1)$ 位於下列哪一個聯立不等式解的範圍內？

- (A) $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 > 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 > 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 > 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 < 0 \end{cases}$
 (C) $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 < 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 > 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 < 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 < 0 \end{cases}$



15. 若二元一次聯立不等式 $\begin{cases} 0 \leq y \leq 1 \\ x + y \leq a \\ x \geq 0 \end{cases}$ ，在坐標平面圍成的封閉區域為 T ，且 T 的面積為 $\frac{1}{2}$ ，則 a 之值為何？

- (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4。

16. 已知平面上有一圓 C 圓心為 $(3, -4)$ ，且圓 C 面積為 25π ，則下列何者正確？

- (A) 圓 C 通過第二象限 (B) $(-3, 4)$ 在圓 C 上
 (C) $(4, -3)$ 在圓 C 上 (D) 原點在圓 C 上。

17. 已知平面上有一圓 $C: (x-a)^2 + (y+a)^2 = 1$ 。若直線 $L: 3x + 4y + 1 = 0$ 與圓 C 相交於 A 與 B 兩點，且 \overline{AB} 恰為圓 C 的直徑，則 a 之值為何？
 (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) 1。
18. 已知 $\langle a_n \rangle$ 為一個等差數列，且 $a_1 = 1$ 、 $a_4 = 10$ ，則數列 $\langle a_n \rangle$ 的前 10 項和 $a_1 + a_2 + \dots + a_{10}$ 為何？
 (A) 140 (B) 142 (C) 145 (D) 148。
19. 設 x_1 、 x_2 、 x_3 、 x_4 為等差數列，其公差為 d ， $d > 0$ 。若 x_2 為 x_1 與 x_4 的等比中項，且 $x_3 = 27$ ，則 $x_2 = ?$
 (A) 16 (B) 18 (C) 20 (D) 24。
20. 甲醫院將九名實習生安排到 A 、 B 、 C 及 D 四個部門實習。若 A 、 B 及 C 這三個部門將各安排兩名實習生， D 部門將安排三名實習生，則甲醫院安排這九名實習生實習的方式可以有幾種？
 (A) 840 (B) 2520 (C) 3780 (D) 7560。
21. 已知 A 診所內有 10 個座位，編號為 1 到 10，某日有 12 位病患同時看診，其中有 5 位老人，3 位兒童以及 4 位成人。若 A 診所安排老人坐編號前 5 個位置，兒童坐編號 6、7、8 位置，編號 9 和 10 位置各安排坐一位成人，則共有幾種安排方式？
 (A) $5! \times 3! \times 2! \times C_2^4$ (B) $5! \times 3! \times 2! \times P_2^4$ (C) $10!$ (D) $10! \times C_2^4$ 。
22. 設一個隨機實驗的樣本空間 S 中有 500 個樣本點，每一個樣本點出現的機會均相等，已知事件 A 中有 135 個樣本點，事件 B 中有 245 個樣本點。若事件 $A \cup B$ 中有 300 個樣本點時，則發生事件 $A \cap B$ 的機率為多少？
 (A) 0.16 (B) 0.22 (C) 0.38 (D) 0.6。
23. 已知某病患藥袋中，有 5 包白包，4 包黃包以及 3 包紅包。若任意從藥袋中一次取 3 包，每包被取出的機率相同，則取到的 3 包中至少有兩包是黃包的機率為何？
 (A) $\frac{13}{55}$ (B) $\frac{27}{110}$ (C) $\frac{37}{110}$ (D) $\frac{39}{55}$ 。
24. 設袋中有 50 元硬幣 5 枚、10 元硬幣 15 枚。若由袋中任取二枚，且每枚硬幣被取出的機會均等，則所得硬幣金額總和的期望值為何？
 (A) 35 (B) 40 (C) 60 (D) 65。
25. 已知某次段考後，全班 50 位同學在學科「健康與護理」中，平均為 80 分，中位數為 75 分。若該科成績由高到低排序，則下列何者恆正確？
 (A) 第 25 名同學該科成績大於 75 分 (B) 第 26 名同學該科成績等於 75 分
 (C) 第 1 名同學該科成績大於 80 分 (D) 最後 1 名同學該科成績小於 60 分。

105 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題詳解

- 1.(D) 2.(B) 3.(C) 4.(C) 5.(C) 6.(D) 7.(B) 8.(C) 9.(A) 10.(B)
 11.(D) 12.(B) 13.(A) 14.(D) 15.(A) 16.(D) 17.(D) 18.(C) 19.(B) 20.(D)
 21.(A) 22.(A) 23.(A) 24.(B) 25.(C)

1. $\overline{AB} = \sqrt{(a-0)^2 + (1+2)^2} = 5$

$$\Rightarrow \sqrt{a^2+9} = 5 \Rightarrow a^2+9=25$$

$$\Rightarrow a^2=16 \Rightarrow a=4(a>0)$$

2. 設 \overline{AB} 中點 $M \Rightarrow M(-1, 5)$

$$\text{又 } \overline{AB} \text{ 之斜率 } m_1 = \frac{9-1}{-3-1} = -2$$

$$\Rightarrow \overline{AB} \text{ 中垂線斜率 } m_2 = \frac{1}{2}$$

$$\text{利用點斜式 } \Rightarrow y-5 = \frac{1}{2}(x+1)$$

$$\Rightarrow x-2y+11=0$$

3. (A) 100° 在第二象限；

(B) $100^\circ - 10^\circ = 90^\circ \neq 360^\circ$ ， $\therefore 100^\circ$ 與 10° 非同界角；

(C) $\theta = 10^\circ \times \frac{\pi}{180^\circ} = \frac{\pi}{18}$ 弧度；

(D) 扇形弧長 $S = r\theta = 1 \times \frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{18}$

4. 原式 $= \sin 30^\circ - \cos 30^\circ + \sin 30^\circ + \cos 30^\circ - \sin 30^\circ - \cos 30^\circ$

$$= \sin 30^\circ - \cos 30^\circ$$

$$= \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}$$

5. $\begin{cases} \sin \theta > 0 & \Rightarrow \theta \text{ 第一或二象限} \\ \tan \theta < 0 & \Rightarrow \theta \text{ 第二或四象限} \end{cases}$

$\therefore \theta$ 為第二象限

$$\Rightarrow (\cos \theta, \cot \theta) = (-, -)$$

\therefore 第三象限

6. $f(x) = \sin^2 x - 4\sin x + 5 = (\sin x - 2)^2 + 1$

(1) $\sin x = -1$ 時, $M = 10$

(2) $\sin x = 1$ 時, $m = 2$

$\Rightarrow M + m = 10 + 2 = 12$

7. $\vec{GE} = \vec{GF} + \vec{FD} + \vec{DE}$

$= (\vec{b} - 4\vec{c}) + (\vec{a} - 3\vec{b}) + 2\vec{a}$

$= 3\vec{a} - 2\vec{b} - 4\vec{c}$

8. $\vec{a} + \vec{b} = (4, 6)$, $\vec{a} - \vec{b} = (-2, -2)$

由向量的內積

$$\cos \theta = \frac{(4, 6) \cdot (-2, -2)}{\sqrt{4^2 + 6^2} \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2}} = \frac{-20}{\sqrt{52} \sqrt{8}} < 0$$

$\therefore \theta$ 為鈍角

9.

$$1 + 0 - 1 \begin{array}{r} 1 - 4 \\ \sqrt{1 - 4 + 4 - 5} \\ 1 + 0 - 1 \\ \hline -4 + 5 - 5 \\ -4 + 0 + 4 \\ \hline 5 - 9 \end{array}$$

$\Rightarrow g(x) = x - 4$, $r(x) = 5x - 9$

$2g(x) - r(x) = 2(x - 4) - (5x - 9) = -3x + 1$

10. $[p(x)]^{2016} + [q(x)]^{2016}$ 除以 $x - \frac{1}{2}$ 的餘式

$= [p(\frac{1}{2})]^{2016} + [q(\frac{1}{2})]^{2016}$

$= (1)^{2016} + (-1)^{2016} = 1 + 1 = 2$

11. $x = -1$ 代入 $\Rightarrow -2 - a + 4 + 3 = 0 \Rightarrow a = 5$

利用根與係數

$\alpha + \beta - 1 = -\frac{-5}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow \alpha + \beta = \frac{7}{2}$

12. 原式 = $\frac{3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{20}}{3^{20}} = 3^{\frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}} = 3^1 = 3$

13. (1) $\log_a \sqrt[3]{25} = \log_a 5^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3} \log_a 5 \Rightarrow \log_a 5 = 1 \Rightarrow a = 5$

(2) $\log_8 b = -\frac{1}{3} \Rightarrow b = 8^{-\frac{1}{3}} = \frac{1}{2}$

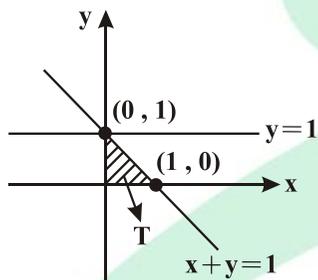
(3) $c = \log_2 \frac{1}{16} = \log_2 2^{-4} = -4 \Rightarrow a + 2b + 3c = 5 + 2(\frac{1}{2}) + 3(-4) = -6$

14. $A(x_1, y_1)$ 在 L_1 左邊 $\Rightarrow a_1x + b_1y + c_1 < 0$
 且 $A(x_1, y_1)$ 在 L_2 左邊 $\Rightarrow a_2x + b_2y + c_2 < 0$

$$\therefore \begin{cases} a_1x + b_1y + c_1 < 0 \\ a_2x + b_2y + c_2 < 0 \end{cases}$$

15. $\begin{cases} 0 \leq y \leq 1 \cdots \cdots (1) \\ x + y \leq a \cdots \cdots (2) \\ x \geq 0 \cdots \cdots (3) \end{cases}$

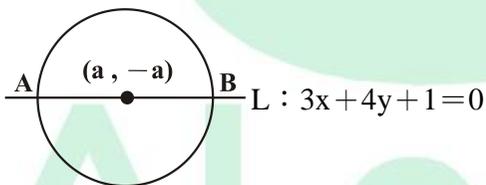
由(1)(2)(3)畫圖



T 的面積為 $\frac{1}{2}$

$$\therefore a=1$$

16. 圓 C 面積 $\pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r=5$
 且圓心為 $(3, -4)$
 又原點 $(0, 0)$ 到圓心的距離
 為 $= \sqrt{(3-0)^2 + (-4-0)^2} = 5=r$
 \therefore 原點 $(0, 0)$ 在圓 C 上
17. 圓心 $(a, -a)$



由圖得知圓心 $(a, -a)$ 在 L 上
 $\Rightarrow 3a - 4a + 1 = 0 \Rightarrow a = 1$

18. $a_4 = a_1 + 3d$
 $\Rightarrow 10 = 1 + 3d \Rightarrow d = 3$
 $\Rightarrow S_{10} = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{10[2 \times 1 + (10-1) \times 3]}{2} = 145$

19. x_1, x_2, x_3, x_4 成等差

$$\text{設 } x_1 = 27 - 2d, x_2 = 27 - d$$

$$x_3 = 27, x_4 = 27 + d$$

又 x_2 為 x_1, x_4 等比中項

$$\Rightarrow x_2^2 = x_1 \cdot x_4$$

$$\Rightarrow (27 - d)^2 = (27 - d) \times (27 + d) \text{ 得 } d = 9$$

$$\therefore x_2 = 27 - 9 = 18$$

20. A B C D

$$C_2^9 \times C_2^7 \times C_2^5 \times C_3^3$$

$$= 36 \times 21 \times 10 \times 1 = 7560$$

21. $\boxed{1 \sim 5}$ $\boxed{6 \sim 8}$ $\boxed{9 \sim 10}$

$$5! \times 3! \times C_2^4 \times 2!$$

$$= 5! \times 3! \times 2! \times C_2^4$$

22. $n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B)$

$$\Rightarrow 300 = 135 + 245 - n(A \cap B)$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = 80$$

$$\Rightarrow n(A \cap B) = \frac{n(A \cap B)}{n(s)} = \frac{80}{500} = 0.16$$

2包黃包 3包黃包

$$23. P = \frac{C_2^4 \times C_1^8 + C_3^4}{C_3^{12}}$$

$$= \frac{52}{220} = \frac{13}{55}$$

24. $E(x) = \Sigma \times P$

二枚 50 元 1 枚 50 元 1 枚 10 元 2 枚 10 元

$$= 100 \times \frac{C_2^5}{C_2^{20}} + 60 \times \frac{C_1^5 C_1^{15}}{C_2^{20}} + 20 \times \frac{C_2^{15}}{C_2^{20}} = 40 \text{ (元)}$$

25. (1) $n = 50$ ，中位數為第 25 名與第 26 名的平均數，所以(A)(B)都不一定。

(2) 平均數 80 分，則第一名成績一定會大於 80 分。