

106 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題

數學 A 參考公式

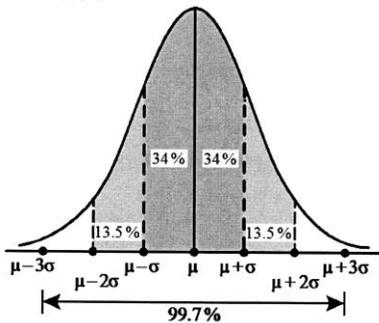
1. 在半徑 r 的圓內，圓心角 θ (弧度) 所對應之扇形弧長 $S=r\theta$

$$\text{面積 } A = \frac{1}{2} r^2 \theta$$

2. 首項為 a_1 ，公差為 d 的等差數列前 n 項之和為 $S_n = \frac{n(2a_1+(n-1)d)}{2}$

$$\text{首項為 } a_1, \text{ 公比為 } r(r \neq 1) \text{ 的等比數列前 } n \text{ 項之和為 } S_n = \frac{a_1(1-r^n)}{1-r}$$

3. 平均數 μ 、標準差 σ 的常態分佈圖



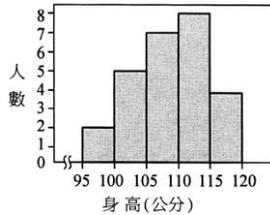
4. 設有一組抽樣資料 x_1, x_2, \dots, x_n ，其算術平均數為 \bar{x} ，則樣本標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

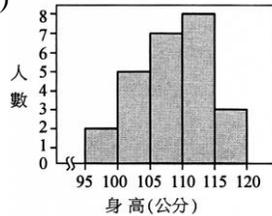
- 今有一等差數列 $\langle a_n \rangle$ ，若前二項為 $a_1=3$ 、 $a_2=2$ ，則此數列前 16 項之和 $S_{16}=?$
 (A) -80 (B) -72 (C) -64 (D) -56 。
- 已知 a 、 b 為實數，若 a 、 2 、 3 、 b 為一等比數列，則 $a+b=?$
 (A) 4 (B) $\frac{31}{6}$ (C) $\frac{35}{6}$ (D) 7 。
- 設某扇形之弧長為 a 公分且其面積為 b 平方公分，若 $2a=b$ ，則此扇形之半徑為多少公分？
 (A) 1 (B) 2 (C) 3 (D) 4 。
- 四個有向角分別為甲： -640° 、乙： 123° 、丙： 275° 、丁： 640° ，則哪幾個有向角在標準位置上是第四象限角？
 (A) 甲、乙 (B) 丙、丁 (C) 甲、丁 (D) 乙、丙。

5. 某幼兒園班上 25 位小朋友身高分佈之直方圖如圖(一)。今班上轉出一位身高 116 公分之小朋友，轉入一位身高 113 公分之小朋友，則此時班上小朋友身高分佈之直方圖為何？

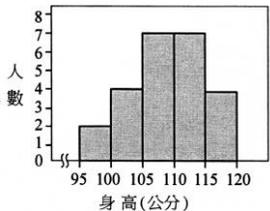
(A)



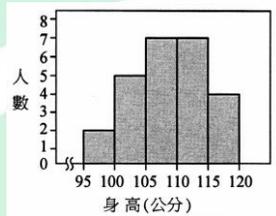
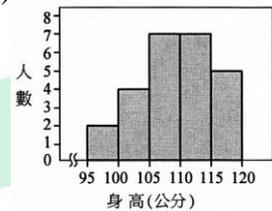
(B)



(C)



(D)



圖(一)

6. 求過坐標平面上兩點 $(0, 0)$ 、 $(-1, 5)$ 之直線的斜率為何？

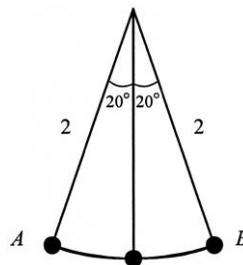
(A) -5 (B) $-\frac{1}{5}$ (C) $\frac{1}{5}$ (D) 5 。

7. 下列何者為一元二次不等式 $7x^2 - 48x - 7 > 0$ 的解？

(A) $x < \frac{-1}{7}$ 或 $x > 7$ (B) $\frac{-1}{7} < x < 7$
 (C) $x < -7$ 或 $x > \frac{1}{7}$ (D) $-7 < x < \frac{1}{7}$ 。

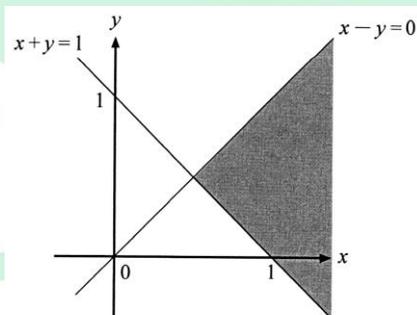
8. 有一鐵鏈長度為 2 公尺的鞦韆，若一小朋友於鉛直方向兩側擺動圓心角各 20° 至 A、B 二點如圖(二)，則線段 \overline{AB} 長為多少公尺？

(A) $4\sin 20^\circ$ (B) $2\sin 40^\circ$ (C) $4\cos 20^\circ$ (D) $2\cos 40^\circ$ 。



圖(二)

9. $\triangle ABC$ 中，若向量 $\vec{AB} = (3, -4)$ ， $\vec{BC} = (1, 1)$ ，則向量 \vec{CA} 為何？
 (A) $(4, -3)$ (B) $(-4, 3)$ (C) $(2, -5)$ (D) $(-2, 5)$ 。
10. 已知 a 、 b 為實數，若 $x^3 + ax^2 + bx - 6$ 有因式 $x^2 - x + 3$ ，則 $a + b = ?$
 (A) -2 (B) 0 (C) 2 (D) 4 。
11. 已知 a 為實數，若多項式 $f(x) = 3x^3 + ax^2 + 5x + 62$ 除以 $x - 3$ 的餘式為 95 ，則 $a = ?$
 (A) -7 (B) -5 (C) -3 (D) -1 。
12. 設兩向量 $\vec{a} = (x - 1, 1)$ ， $\vec{b} = (x + 2, 2)$ 。若滿足內積 $\vec{a} \cdot \vec{b} = 6$ 之 x 有兩解 α 、 β ，則 $\alpha + \beta = ?$
 (A) -1 (B) 0 (C) 1 (D) 2 。
13. 已知 a 、 b 為實數，若 $\sqrt{32} = 2^a$ 且 $\frac{1}{\sqrt{8}} = 2^b$ ，則 $a + b = ?$
 (A) -2 (B) -1 (C) 1 (D) 2 。
14. 若 $\log_8 a = \frac{1}{2}$ ，則 $\log_2 \left(\frac{a}{2}\right) = ?$
 (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。
15. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\angle A = 90^\circ$ ， $\sin B = \frac{3}{5}$ ，則 $\sin A + \tan B + \cos C = ?$
 (A) $\frac{27}{20}$ (B) $\frac{29}{15}$ (C) $\frac{47}{20}$ (D) $\frac{44}{15}$ 。
16. 下列聯立不等式中，何者之圖解如圖(三)陰影的部分？
 (A) $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \geq 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x + y \geq 1 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y \leq 1 \\ x - y \leq 0 \end{cases}$ 。



圖(三)

17. 設圓 $C_1 : (x + 6)^2 + (y + 2)^2 = 4$ 的半徑為 r_1 ，圓 $C_2 : x^2 + y^2 - 12x - 6y + 20 = 0$ 的半徑為 r_2 ，若 C_1 與 C_2 二圓心的距離為 d ，則 $d - r_1 - r_2 = ?$
 (A) 3 (B) 4 (C) 5 (D) 6 。

18. 由 2、2、3、3、4、4、4 這七個數字排成一列，則共可排成多少個不同的七位數？
 (A)140 (B)210 (C)350 (D)420。
19. 某餐廳推出之套餐包含二種不同的配菜、一種主菜及一杯飲料。若有四種配菜、三種主菜及五種飲料可供選擇，則共可搭配出多少種不同組合的套餐？
 (A)12 (B)15 (C)60 (D)90。
20. 投擲二粒公正骰子，設事件 A 是點數和小於 7 的事件；事件 B 是點數和為 5 的倍數的事件，求 $P(A \cup B) = ?$
 (A) $\frac{1}{9}$ (B) $\frac{5}{36}$ (C) $\frac{1}{3}$ (D) $\frac{1}{2}$ 。
21. 若 $y = \sin 2x$ 的週期為 a， $y = 2\sin x$ 的週期為 b，則 $a + 2b = ?$
 (A) 2π (B) 4π (C) 5π (D) 6π 。
22. 有 50 個數值資料 x_1, x_2, \dots, x_{50} ，現將每個數值均乘以 0.6 再加上 40 後，得到新的 50 個數值資料 $0.6x_1 + 40, 0.6x_2 + 40, \dots, 0.6x_{50} + 40$ 。若新資料的標準差為 15，則原資料 x_1, x_2, \dots, x_{50} 的標準差為何？
 (A)9 (B)25 (C)49 (D)65。
23. 某次數學考試共有 1000 人參加。若成績呈常態分配，且平均數為 62 分，標準差為 8 分，則成績低於 70 分的人數為何？
 (A)介於 581 人與 660 人之間 (B)介於 661 人與 740 人之間
 (C)介於 741 人與 820 人之間 (D)介於 821 人與 900 人之間。
24. 在聯立不等式 $\begin{cases} x - y \leq 0 \\ y \leq 6 \\ 2x - y \geq 2 \end{cases}$ 的條件下，若 $f(x, y) = x - 2y$ 的最大值為 M，最小值為 m，則 $M - m = ?$
 (A)2 (B)4 (C)6 (D)8。
25. 某公司年終尾牙摸彩活動，將 10 顆大小、重量皆相同的球放在袋中，其中有 3 顆紅球、6 顆白球、1 顆金球。假設每顆球被取出的機率相等，每位員工自此袋中取出兩球，給獎規則如下：(1)取出兩球之中有金球者為特獎，可得 20000 元獎金；(2)取出兩球均為白球者為貳獎，可得 2400 元獎金；(3)取出兩球為一紅球、一白球者為參獎，可得 1000 元獎金；(4)取出兩球均為紅球者，則沒有獎金。若依上述規則進行抽獎，則每位員工得到獎金的期望值為多少元？
 (A)5200 (B)5400 (C)5600 (D)5800。

106 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (A) 試題詳解

- 1.(B) 2.(C) 3.(D) 4.(B) 5.(B) 6.(A) 7.(A) 8.(A) 9.(B) 10.(C)
 11.(A) 12.(A) 13.(C) 14.(D) 15.(C) 16.(A) 17.(D) 18.(B) 19.(D) 20.(D)
 21.(C) 22.(B) 23.(D) 24.(C) 25.(A)

1. $d = a_2 - a_1 = -1$

$$\Rightarrow S_{16} = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d] = \frac{16}{2} [2 \times 3 + 15(-1)] = 8 \times (-9) = -72$$

2. $r = \frac{3}{2} \Rightarrow a = \frac{2}{\frac{3}{2}} = \frac{4}{3}, b = 3 \times \frac{3}{2} = \frac{9}{2} \therefore a + b = \frac{4}{3} + \frac{9}{2} = \frac{35}{6}$

3. $\therefore \begin{cases} a = r\theta \\ b = \frac{1}{2}ra \end{cases}$ 且 $2a = b \Rightarrow 2a = \frac{1}{2}ra \Rightarrow r = 4$

4. 甲 $= -640^\circ = -640^\circ + 720^\circ = 80^\circ \in \text{I}$

乙 $= 123^\circ \in \text{II}$

丙 $= 275^\circ \in \text{IV}$

丁 $= 640^\circ = 360^\circ + 280^\circ = 280^\circ \in \text{IV}$

\therefore 有丙、丁二個在第四象限

5. 115~120 區塊由 4 人 \rightarrow 3 人

110~115 區塊由 7 人 \rightarrow 8 人

6. $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{5 - 0}{-1 - 0} = -5$

7. $7x^2 - 48x - 7 > 0$

$$\Rightarrow (7x + 1)(x - 7) > 0$$

$$\Rightarrow x > 7 \text{ 或 } x < -\frac{1}{7}$$

8. $\overline{AB}^2 = 2^2 + 2^2 - 2 \times 2 \times 2 \cos[20^\circ + 20^\circ]$

$$= 8 - 8\cos[2 \times 20^\circ]$$

$$= 8 - 8[1 - 2\sin^2 20^\circ]$$

$$= 16\sin^2 20^\circ$$

$$\therefore \overline{AB} = 4\sin 20^\circ$$

※餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos \theta$

倍角公式： $\cos 2\theta = 2\cos^2 \theta - 1 = 1 - 2\sin^2 \theta$

9. $\overline{AB} + \overline{BC} = \overline{AC} = \langle 4, -3 \rangle \Rightarrow \overline{CA} = -\overline{AC} = \langle -4, 3 \rangle$

10. 利用「長除法」

$$\begin{array}{r}
 1 - 2 \\
 1 - 1 + 3 \overline{) 1 + a + b - 6} \\
 \underline{1 - 1 + 3} \\
 (a+1) + (b-3) - 6 \\
 \underline{-2 + 2 - 6} \\
 0
 \end{array}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a+3=0 \\ b-5=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-3 \\ b=5 \end{cases}$$

$$\therefore a+b=2$$

11. $r=f(3)=81+9a+15+62=95$

$$\Rightarrow a=-7$$

12. $\vec{a} \cdot \vec{b} = (x-1)(x+2) + (1 \times 2) = x^2 + x = 6$

$$\Rightarrow x^2 + x - 6 = 0$$

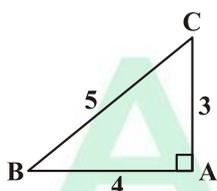
$$\therefore \alpha + \beta = [\text{二根和}] = -1$$

13. $\begin{cases} 2^a = \sqrt{32} = 2^{\frac{5}{2}} \Rightarrow a = \frac{5}{2} \\ 2^b = \frac{1}{\sqrt{8}} = 2^{-\frac{3}{2}} \Rightarrow b = -\frac{3}{2} \end{cases} \therefore a+b = \frac{5}{2} - \frac{3}{2} = 1$

14. $\log_8 a = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 8^{\frac{1}{2}} = (2^3)^{\frac{1}{2}} = 2^{\frac{3}{2}}$

$$\Rightarrow \log_2 \frac{a}{2} = \log_2 \frac{2^{\frac{3}{2}}}{2} = \log_2 2^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$$

15. $\sin A + \tan B + \cos C = 1 + \frac{3}{4} + \frac{3}{5} = \frac{47}{20}$



16. 陰影在 $\begin{cases} x-y=0 \text{ 之右側} \\ x+y=1 \text{ 之右側} \end{cases} \Rightarrow \text{取} \geq \Rightarrow \begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y \geq 1 \end{cases}$

17. $\begin{cases} C_1 \text{ 之半徑 } r_1 = 2, \text{ 圓心 } O_1(-6, -2) \\ C_2 \text{ 之半徑 } r_2 = 5, \text{ 圓心 } O_2(6, 3) \end{cases} \quad \ast C_2 : (x-6)^2 + (y-3)^2 = 25$

$$\text{又 } d = \overline{O_1 O_2} = \sqrt{(-6-6)^2 + (-2-3)^2} = \sqrt{169} = 13$$

$$\therefore d - r_1 - r_2 = 13 - 2 - 5 = 6$$

18. $\frac{7!}{2!2!3!} = 210$

19. $C_2^4 \times 3 \times 5 = 6 \times 3 \times 5 = 90$

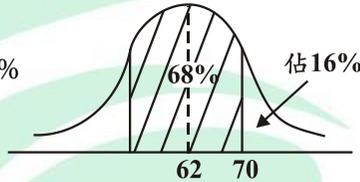
20. $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
 $= \frac{1+2+3+4+5}{36} + \frac{4+3}{36} - \frac{4}{36}$
 $= \frac{15+7-4}{36} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$

21. $a = \frac{2\pi}{2} = \pi$, $b = 2\pi$
 $\therefore a + 2b = \pi + 4\pi = 5\pi$

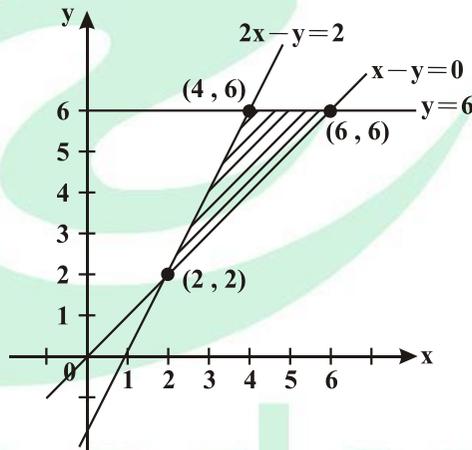
22. $\because Y = ax + b \Rightarrow a = 0.6, b = 40$

又 $\sigma_y = |a| \sigma_x \Rightarrow 15 = 0.6 \sigma_x \Rightarrow \sigma_x = \frac{15}{0.6} = 25$

23. $70 = 62 + 8 = \bar{x} + S \Rightarrow$ 佔 68%
 \Rightarrow 低於 70 分者佔 $1 - 16\% = 84\%$
 \therefore 人數為 $1000 \times 84\% = 840$ (人)



24. $\begin{cases} x - y \leq 0 & \Rightarrow \text{過}(0, 0), (1, 1) \\ y \leq 6 & \Rightarrow y = 6 \\ 2x - y \geq 2 & \Rightarrow \text{過}(1, 0), (0, -2) \end{cases}$
 $\Rightarrow f(2, 2) = 2 - 4 = -2$ (M)
 $f(4, 6) = 4 - 12 = -8$ (m)
 $f(6, 6) = 6 - 12 = -6$
 $\therefore M - m = (-2) - (-8) = 6$



25. $n(S) = C_2^{10} = 45$
 $n(A) =$ 取 1 金 $= C_1^9 = 9$
 $n(B) =$ 取 2 白 $= C_2^6 = 15$
 $n(C) =$ 取 1 紅 1 白 $= C_1^3 \times C_1^6 = 18$
 $\therefore E(x) = \frac{9}{45} \times 20000 + \frac{15}{45} \times 2400 + \frac{18}{45} \times 1000$
 $= 4000 + 800 + 400 = 5200$