

106 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B) 試題

數學 B 參考公式

1. 三角函數的和角公式： $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta$
2. $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

1. 在坐標平面上，若直線 L 通過兩點 $A(2, a)$ 、 $B(a, 5)$ ，且直線 L 的斜率為 2，則 $a = ?$
(A) -2 (B) 1 (C) 2 (D) 3。
2. 已知 $y = 2\sin x + 1$ ， $0 \leq x \leq 2\pi$ 的圖形與水平線 $y = 1$ 、 $y = 0$ 、 $y = -1$ 的交點個數分別為 a 、 b 、 c ，則下列何者正確？
(A) $a = 3$ 、 $b = 2$ 、 $c = 1$ (B) $a = 2$ 、 $b = 2$ 、 $c = 2$
(C) $a = 2$ 、 $b = 3$ 、 $c = 2$ (D) $a = 1$ 、 $b = 3$ 、 $c = 1$ 。
3. 已知 A 點坐標為 $(\cos \frac{\pi}{6}, \sin \frac{\pi}{6})$ ， B 點坐標為 $(\cos \frac{11\pi}{6}, \tan \frac{11\pi}{6})$ ，則線段 \overline{AB} 的長度為何？
(A) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (B) $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$ (C) $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}$ (D) $\frac{1}{2} + \frac{2\sqrt{3}}{3}$ 。
4. 已知 $\sin \theta = \frac{7}{25}$ ， $\cos \theta = \frac{-24}{25}$ ，則 $\tan \theta + \sec \theta = ?$
(A) $\frac{-4}{3}$ (B) $\frac{-1}{7}$ (C) $\frac{1}{7}$ (D) $\frac{4}{3}$ 。
5. 已知坐標平面上三點 $A(1, a)$ 、 $B(2, 3)$ 、 $C(5, 1)$ ，若向量內積 $\overline{AB} \cdot \overline{BC}$ 的值為 1，則 $a = ?$
(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 2。
6. 求 $(0.027)^{\frac{2}{3}} + (\frac{243}{32})^{\frac{1}{5}}$ 的值。
(A) $\frac{3}{32}$ (B) $\frac{159}{100}$ (C) $\frac{12}{5}$ (D) $\frac{81}{32}$ 。
7. 求 $(\log 2)^2 + \log 2 \cdot \log 5 + \log 5$ 的數值。
(A) 4 (B) 3 (C) 2 (D) 1。
8. 若 a 為正整數，且 1 、 a 、 $2a$ 為等比數列，則 $a^2 + 1 = ?$
(A) 1 (B) 2 (C) 5 (D) 10。

9. 已知多項式 $f(x)=2x^2-5x+2$ ， $g(x)=x^3-x^2+ax+b$ 。若 $f(x)+g(x)$ 可以被 x^2+1 整除，則 $a+b=?$
 (A) -2 (B) 0 (C) 3 (D) 5。
10. 已知 $x-1$ 為多項式 $f(x)=x^2+ax+b$ 的因式。若 $f(x)$ 除以 $x+1$ 的餘式為 6，則 $3a+2b=?$
 (A) -10 (B) -5 (C) 1 (D) 5。
11. 已知一元二次方程式 $x^2+x-5=0$ 有兩相異實根 $a、b$ ，若 $a<b$ ，則 $b-a=?$
 (A) 1 (B) $\sqrt{5}$ (C) $2\sqrt{5}$ (D) $\sqrt{21}$ 。
12. 若兩個三階行列式的和 $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix}$ 之值為 20，則 $a=?$
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) 2 (C) $\frac{5}{2}$ (D) 3。
13. 若一元二次不等式 $x^2-2x-3<0$ 的解為 $a<x<b$ ，則 $a+b=?$
 (A) -3 (B) -1 (C) 2 (D) 3。
14. 某自助餐店提供 80 元的便當，便當中除了白米飯之外，還包含一種主菜以及三種不同的配菜。若今日提供的主菜有雞腿、排骨、魚排 3 種，另有 8 種不同的配菜，則共可搭配出多少種不同組合的 80 元便當？
 (A) 59 (B) 112 (C) 168 (D) 210。
15. 某飲料店有 5 位假日工讀生，工作時間有週六的早班與晚班、週日的早班與晚班等 4 個不同時段。一個時段排兩位工讀生上班，如果規定同一人不可以連續排班，至少要隔一個時段上班，則共有幾種排班方式？
 (A) 81 (B) 270 (C) 900 (D) 1000。
16. 同時投擲兩粒公正骰子，兩粒骰子點數之和為 5 的倍數之機率為何？
 (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{9}$ (C) $\frac{7}{36}$ (D) $\frac{1}{3}$ 。
17. 已知一袋中有大小相同的球共 34 顆，每顆球上有一個號碼，34 顆球的號碼皆不同，分別是 1 至 34 號。今從袋中隨機取出一球，假設每顆球被取到的機會均等，並規定：取出的球號是 5 的倍數時可得 51 元，取出的球號是 7 的倍數時可得 85 元，其他的情況時可得 17 元，則自袋中任取一球，得款的期望值為多少元？
 (A) 31 (B) 26.5 (C) 20.5 (D) 19。

18. 某班有 40 位同學，第一次期中考數學成績的次數分配表及以下累積次數分配表如表(一)，求 $a+b+c+d=?$

(A)50 (B)64 (C)70 (D)76。

成績(分)	0~20	20~40	40~60	60~80	80~100
次數	4	a	10	12	c
以下累積次數	4	12	b	34	d

表(一)

19. 研究人員為了調查秋刀魚的長度(以公分計)，隨機捕獲秋刀魚若干條，逐條記錄長度，並據之求出秋刀魚長度的 95 % 信賴區間為 $[30-0.85, 30+0.85]$ ，若利用同樣數據計算出秋刀魚長度的 99 % 信賴區間為 $[a-b, a+b]$ ，則下列敘述何者正確？

(A) $a=30$ 且 $b>0.85$ (B) $a=30$ 且 $b<0.85$
 (C) $a=30$ 且 $b=0.85$ (D) $a\neq 30$ 。

20. 已知 $\sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = a \cdot \sin(\theta + b)$ ， $a > 0$ ， $0 \leq b \leq 2\pi$ ，則下列何者正確？

(A) $a=4$ ， $b=\frac{\pi}{6}$ (B) $a=2$ ， $b=\frac{\pi}{3}$ (C) $a=2$ ， $b=\frac{4\pi}{3}$ (D) $a=4$ ， $b=\frac{\pi}{3}$ 。

21. 已知 $\triangle ABC$ 三內角 $\angle A$ 、 $\angle B$ 、 $\angle C$ 的對應邊長分別為 a 、 b 、 c 。若 $a=\sqrt{2}$ ， $b=2$ ， $c=\sqrt{3}-1$ ，則最大內角的角度為何？

(A) 105° (B) 120° (C) 135° (D) 150° 。

22. 已知雙曲線 $H: \frac{x^2}{25} - \frac{y^2}{16} = 1$ 兩頂點的距離為 a ，橢圓 $E: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{25} = 1$ 長軸長為 b ，則 $a+b=?$

(A)16 (B)18 (C)20 (D)22。

23. 已知橢圓 $E: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1$ 與圓 $C: x^2 + y^2 - 8x + 12 = 0$ ，則橢圓 E 與圓 C 有多少個交點？

(A)1 (B)2 (C)3 (D)4。

24. 求函數 $f(x) = \frac{x^2+2x+2}{x-2}$ 在 $x=1$ 的導數。

(A)-9 (B)-8 (C)-7 (D)-6。

25. 求定積分 $\int_0^2 6x(x^2-1)^2 dx$ 之值。

(A)24 (B)26 (C)28 (D)30。

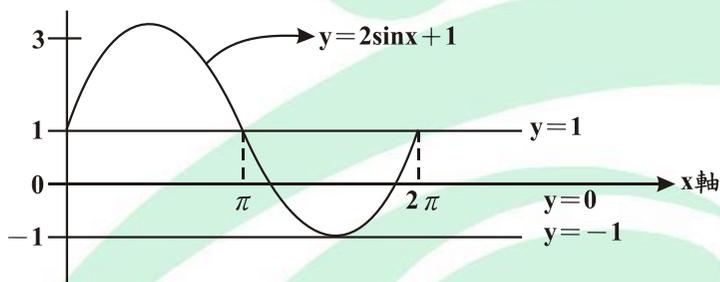
106 學年度四技二專統一入學測驗

數學 (B) 試題詳解

- 1.(D) 2.(A) 3.(A) 4.(A) 5.(D) 6.(B) 7.(D) 8.(C) 9.(D) 10.(B)
 11.(D) 12.(B) 13.(C) 14.(C) 15.(B) 16.(C) 17.(A) 18.(D) 19.(A) 20.(B)
 21.(C) 22.(C) 23.(B) 24.(A) 25.(C)

1. $m_{\overline{AB}} = \frac{5-a}{a-2} = 2 \rightarrow 5-a = 2a-4 \rightarrow 3a = 9 \rightarrow a = 3$

2. 由圖可知 $a = 3, b = 2, c = 1$

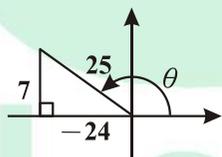


3. $A(\cos 30^\circ, \sin 30^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{1}{2}\right)$

$B(\cos 330^\circ, \sin 330^\circ) = (\cos 30^\circ, -\sin 30^\circ) = \left(\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{1}{2}\right)$

$\rightarrow \overline{AB} = \sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{3}$

4. $\sin \theta = \frac{7}{25}$
 $\cos \theta = \frac{-24}{25}$



$\tan \theta = \frac{7}{-24}$
 $\rightarrow \tan \theta + \sec \theta = -\frac{32}{24} = -\frac{4}{3}$
 $\sec \theta = \frac{-25}{24}$

5. $\overline{AB} = (1, 3-a)$

$\overline{BC} = (3, -2)$

$\overline{AB} \cdot \overline{BC} = 1 \times 3 + (3-a)(-2) = 1 \rightarrow 3 - 6 + 2a = 1 \rightarrow 2a = 4 \rightarrow a = 2$

6. 原式 $= [(0.3)^3]^{\frac{2}{3}} + \left[\left(\frac{3}{2}\right)^5\right]^{\frac{1}{5}} = 0.3^2 + \frac{3}{2} = \frac{9}{100} + \frac{150}{100} = \frac{159}{100}$

7. 原式 = $\log 2(\log 2 + \log 5) + \log 5 = \log 2 \times \log 10 + \log 5 = \log 2 + \log 5 = \log 10 = 1$
8. $1, a, 2a$ 成等比 $\rightarrow a^2 = 1 \times 2a \rightarrow a^2 - 2a = 0 \rightarrow a(a-2) = 0$
 $\rightarrow a = 2$ ($\because a$ 正整數) $\rightarrow a^2 + 1 = 5$
9. $f(x) + g(x) = x^3 + x^2 + (a-5)x + (b+2)$ 可被 $x^2 + 1$ 整除 $\rightarrow x^2 = -1$ 代入 $f(x) + g(x)$
 $\rightarrow x^2x + x^2 + (a-5)x + (b+2) = -x + (-1) + (a-5)x + (b+2) = (a-6)x + (b+1) = 0$
 $\rightarrow a = 6, b = -1, a + b = 5$
10. $x-1$ 為 $f(x)$ 之因式 $\rightarrow f(1) = 0 \rightarrow 1 + a + b = 0$
 $f(x) \div (x+1)$ 餘 6 $\rightarrow f(-1) = 6 \rightarrow 1 - a + b = 6$
 $a = -3, b = 2 \rightarrow 3a + 2b = -5$
11. $x^2 + x - 5 = 0 \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{21}}{2} \rightarrow \because a < b \rightarrow \begin{cases} a = \frac{-1 - \sqrt{21}}{2} \\ b = \frac{-1 + \sqrt{21}}{2} \end{cases}$
 $\rightarrow b - a = \sqrt{21}$
12. $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & 2 & 3 \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ 2 & a & 2 \\ 4 & -2 & 3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 3 & 0 & 1 \\ 2 & 2a & 2 \\ 4 & 0 & 3 \end{vmatrix} \xrightarrow[\text{階}]{\text{降}} 2a \begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} = 10a = 20 \rightarrow a = 2$
13. $x^2 - 2x - 3 < 0 \rightarrow (x-3)(x+1) = 0 \rightarrow -1 < x < 3 \rightarrow a + b = -1 + 3 = 2$
14. $3 \times C_3^8 = 3 \times \frac{8 \times 7 \times 6}{1 \times 2 \times 3} = 168$
15. $C_2^5 \times C_2^3 \times C_2^3 \times C_2^3 = 10 \times 3 \times 3 \times 3 = 270$
16. 點數和 5 $\rightarrow (4, 1)(3, 2)(2, 3)(1, 4)$
 點數和 10 $\rightarrow (6, 4)(5, 5)(4, 6)$
 $\rightarrow \frac{4+3}{6 \times 6} = \frac{7}{36}$
17. 5, 10, 15, 20, 25, 30 \rightarrow 共 6 個 5 的倍數
 7, 14, 21, 28 \rightarrow 共 4 個 7 的倍數 $\rightarrow 34 - 6 - 4 = 24$
 \rightarrow 期望值 = $\frac{6}{34} \times 51 + \frac{4}{34} \times 85 + \frac{24}{34} \times 17 = 9 + 10 + 12 = 31$
18. 分數 次數 以下累積
 0-20 4 4
 20-40 a 12 $\rightarrow a = 12 - 4 = 8$
 40-60 10 b $\rightarrow b = 4 + a + 10 = 22$
 60-80 12 34
 80-100 c a $\rightarrow c = 40 - 4 - a - 10 - 12 = 6, d = 34 + 6 = 40$
 $\rightarrow a + b + c + d = 76$

19. $a=30$ 信賴區間愈高，則誤差愈大 $\rightarrow b > 0.85$

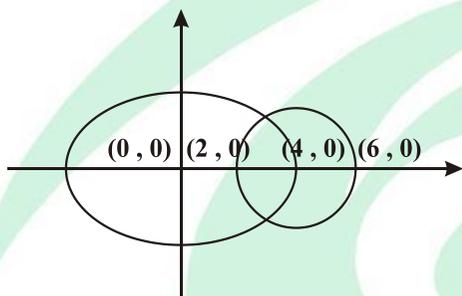
$$\begin{aligned} 20. \quad \sqrt{1^2 + \sqrt{3}^2} &= 2 \rightarrow \sin \theta + \sqrt{3} \cos \theta = 2 \left[\sin \theta \times \frac{1}{2} + \cos \theta \times \frac{\sqrt{3}}{2} \right] \\ &= 2[\sin \theta \times \cos 60^\circ + \cos \theta \times \sin 60^\circ] = 2\sin(\theta + 60^\circ) = 2\sin \theta \left(\theta + \frac{\pi}{3} \right) \\ &\rightarrow a=2, b = \frac{\pi}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 21. \quad \text{最大邊為 } b=2, \text{ 則 } \cos \beta &= \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca} = \frac{(\sqrt{3}-1)^2 + \sqrt{2}^2 - 2^2}{2(\sqrt{3}-1) \cdot \sqrt{2}} = \frac{4 - 2\sqrt{3} + 2 - 4}{2(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}} \\ &= \frac{-2(\sqrt{3}-1)}{2(\sqrt{3}-1)\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}} \rightarrow \angle B = 135^\circ \end{aligned}$$

22. 貫軸長 $= 2 \times \sqrt{25} = 10 = a$ ，長軸長 $= 2\sqrt{25} = 10 = b \rightarrow a + b = 20$

23. $C: (x^2 - 8x) + y^2 = -12 \rightarrow (x-4)^2 + y^2 = 4 \rightarrow$ 圓心 $(4, 0)$ ， $r=2$

$E: \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{4} = 1 \rightarrow$ 中心 $(0, 0)$ ， $a^2=16$ ， $b^2=4 \rightarrow a=4$ ， $b=2$



\rightarrow 2 個交點

$$24. \quad f'(x) = \frac{(2x+2)(x-2) - (x^2+2x+2) \cdot 1}{(x-2)^2}, \quad f'(1) = \frac{4(-1) - 5 \cdot 1}{(-1)^2} = -9$$

$$\begin{aligned} 25. \quad \int_0^2 6x(x^4 - 2x^2 + 1) dx &= \int_0^2 (6x^5 - 12x^3 + 6x) dx = (x^6 - 3x^4 + 3x^2) \Big|_0^2 \\ &= (64 - 3 \times 16 + 12) - (0 - 0 + 0) = 28 \end{aligned}$$