

# 107 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(B) 試題

### 數學 B 參考公式

1. 首項為  $a_1$ ，公差為  $d$  的等差數列，第  $n$  項為  $a_n = a_1 + (n - 1)d$ ，前  $n$  項之和為  $S_n$

$$= \frac{n(2a_1 + (n-1)d)}{2}$$

2. 設有一組母體資料  $x_1, x_2, \dots, x_N$ ，其算術平均數為  $\mu$ ，則母體標準差為

$$\sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (x_i - \mu)^2}{N}}$$

3. 若  $\alpha, \beta$  為一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根，則  $\alpha + \beta = \frac{-b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$ ，

其兩根為  $\frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

1. 若  $\sin\theta = \frac{33}{65}$ ，且  $\tan\theta = \frac{-33}{56}$ ，則  $\theta$  為哪一象限角？

(A) 第一象限角 (B) 第二象限角 (C) 第三象限角 (D) 第四象限角。

2. 已知坐標平面上三個點  $A(1, 2)$ 、 $B(2, 5)$ 、 $C(0, -1)$ ，則向量  $2\vec{AB} + 3\vec{AC} - \vec{BC}$  = ?

(A)  $(-2, 5)$  (B)  $(3, 0)$  (C)  $(1, 3)$  (D)  $(3, 15)$ 。

3. 在坐標平面上，若直線  $L$  的方程式為  $ax - y = 3$ ，其中  $a \neq 0$  且經過點  $(1, 2)$ ，則直線  $L$  的斜率為何？

(A) 5 (B) 3 (C) -3 (D) -5。

4. 若多項式  $2x^3 - kx^2 + 3x + 5$  除以  $x + 1$  的餘式為 1，則  $k$  值為何？

(A) -9 (B) -1 (C) 1 (D) 9。

5. 若  $x^2 - 2x - 1 = 0$  的兩根為  $\alpha, \beta$ ，則  $(\alpha - 2)(\beta - 2)$  之值為何？

(A) -3 (B) -1 (C) 1 (D) 5。

6. 若一等差數列的第 10 項為首項的 4 倍，且首項不為 0，則該數列的第 6 項為第 2 項的幾倍？

(A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 5。

7. 若  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$  , 且  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  , 則  $\tan\theta + \sec\theta = ?$   
 (A)  $\frac{12}{35}$                       (B)  $\frac{1}{2}$                       (C) 2                      (D)  $\frac{35}{12}$ 。
8. 若  $\tan\theta = \frac{8}{15}$  , 則  $\sin^2\theta + \cos^2\theta + \sec^2\theta = ?$   
 (A)  $\frac{514}{225}$                       (B)  $\frac{38}{15}$                       (C)  $\frac{64}{225}$                       (D)  $\frac{49}{625}$ 。
9. 若  $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32$  , 則  $x = ?$   
 (A) - 3                      (B) - 2.5                      (C) 2.5                      (D) 3。
10. 已知  $\log_2$  之近似值為 0.3010。若  $2^x = 10$  , 則  $x$  之值最接近下列何者?  
 (A) 3.16                      (B) 3.23                      (C) 3.32                      (D) 3.52。
11. 若二階行列式  $\begin{vmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{vmatrix} = 5$  , 且  $\begin{vmatrix} x & 2y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = 0$  , 則  $x + y$  之值為何?  
 (A) - 1                      (B) 0                      (C) 1                      (D) 5。
12. 若一元二次不等式  $ax^2 + bx - 6 \geq 0$  的解為  $2 \leq x \leq 3$  , 則數對  $(a, b)$  為下列何者?  
 (A)  $(-1, -5)$                       (B)  $(-1, 5)$                       (C)  $(1, -5)$                       (D)  $(1, 5)$ 。
13. 一輛遙控小車在平坦無坡度的操場行駛, 正前方遠處有一座直立水塔, 測得塔頂的仰角  $30^\circ$ 。若小車往水塔方向移動 10 公尺後, 測得塔頂的仰角  $45^\circ$  , 則水塔的高度為多少公尺?  
 (A)  $5\sqrt{3}$                       (B)  $5(\sqrt{2} + 1)$                       (C)  $4(\sqrt{2} + \sqrt{3})$                       (D)  $5(\sqrt{3} + 1)$ 。
14. 某青年創業開餐廳, 擬設計一份有 5 種菜色的菜單。若在原始構思的 7 種菜色中有 2 種為必選, 則有幾種不同菜單?  
 (A) 6                      (B) 10                      (C) 21                      (D) 35。
15. 若  $x^2 + y^2 + kx + 2y + k + 1 = 0$  表示一圓, 則  $k$  的範圍為何?  
 (A)  $2 < k < 4$                       (B)  $0 < k < 3$                       (C)  $k < 2$  或  $k > 3$                       (D)  $k < 0$  或  $k > 4$ 。
16. 已知小王、小洋的上壘率分別為 0.425、0.385。若在一場棒球比賽兩人分別擔任第 2、3 棒, 則兩人第一次打擊皆上壘的機率滿足下列何者?  
 (A) 大於 0.6                      (B) 介於 0.5 和 0.6                      (C) 介於 0.4 和 0.5                      (D) 小於 0.4。
17. 若有一組數字為 73、58、64、85、91, 其標準差為  $\sigma_1$  , 而另一組數字為 78、63、69、90、96, 其標準差為  $\sigma_2$  , 則  $|\sigma_1 - \sigma_2|$  之值為何?  
 (A) 0                      (B)  $\sqrt{5}$                       (C) 5                      (D) 25。

18. 若一拋物線之準線為  $x = -1$ ，焦點為  $(3, 3)$ ，則此拋物線之方程式為何？  
 (A)  $y^2 - 4x - 6y + 13 = 0$  (B)  $y^2 - 4x - 2y + 13 = 0$   
 (C)  $y^2 - 8x - 2y + 25 = 0$  (D)  $y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$ 。
19. 某人想在自家後院牆邊的長條空地種植一列菜苗，共有高麗菜 5 株，萵苣 4 株，菠菜 4 株。若他決定在每兩株高麗菜之間任意種植萵苣或菠菜共兩株，則種植的排列方法有幾種？  
 (A)  $\frac{8!}{4!4!}$  (B)  $2^8$  (C)  $\frac{13!}{4!4!5!}$  (D)  $5!4!4!$ 。
20. 在滿足二元一次聯立不等式  $\begin{cases} x \geq 1 \\ y \geq 0 \\ x - y \leq 3 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$  的條件下。若  $3x - 5y$  的最大值及最小值分別為  $M$  及  $m$ ，則  $M + m$  之值為何？  
 (A)  $-9$  (B)  $-4$  (C)  $-3$  (D)  $3$ 。
21. 五個好朋友各自準備一份禮物，編號後進行摸彩，從摸彩箱抽取號碼後換對應禮物，則恰有兩人得到自己帶來之禮物的機率為何？  
 (A)  $\frac{1}{12}$  (B)  $\frac{1}{6}$  (C)  $\frac{1}{5}$  (D)  $\frac{1}{3}$ 。
22. 依過去經驗，某生如果當天第一節上課遲到，隔天第一節上課遲到的機率是  $\frac{1}{4}$ 。如果當天第一節準時上課，隔天第一節上課遲到的機率是  $\frac{2}{5}$ 。若某生星期一第一節上課遲到，則後天星期三第一節上課遲到的機率為何？  
 (A)  $\frac{1}{16}$  (B)  $\frac{3}{10}$  (C)  $\frac{29}{80}$  (D)  $\frac{7}{10}$ 。
23. 在坐標平面上，函數  $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 3x + 1$  的圖形於切點  $(2, 1)$  的切線斜率為何？  
 (A)  $0$  (B)  $1$  (C)  $2$  (D)  $3$ 。
24. 若  $f(x) = \frac{-3(x+1)}{x^4+x^2+1}$ ，則  $f'(-1)$  之值為何？  
 (A)  $-1$  (B)  $0$  (C)  $1$  (D)  $2$ 。
25. 若  $f(x) = \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1}$  ( $x \neq \pm 1$ )，則  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  之值為何？  
 (A) 不存在 (B)  $0$  (C)  $\frac{1}{2}$  (D)  $1$ 。

**【解答】**

1.(B) 2.(C) 3.(A) 4.(B) 5.(B) 6.(A) 7.(C) 8.(A) 9.(B) 10.(C)  
11.(D) 12.(B) 13.(D) 14.(B) 15.(D) 16.(D) 17.(A) 18.(D) 19.(A) 20.(C)  
21.(B) 22.(C) 23.(D) 24.(A) 25.(C)



# 107 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(B) 試題詳解

- 1.(B) 2.(C) 3.(A) 4.(B) 5.(B) 6.(A) 7.(C) 8.(A) 9.(B) 10.(C)  
11.(D) 12.(B) 13.(D) 14.(B) 15.(D) 16.(D) 17.(A) 18.(D) 19.(A) 20.(C)  
21.(B) 22.(C) 23.(D) 24.(A) 25.(C)

1. 有向角 $\theta$  終邊上一點  $P(x, y)$ ,  $\sqrt{x^2+y^2} = r (> 0)$

$$\sin\theta = \frac{y}{r} = \frac{33}{65} > 0, \tan\theta = \frac{y}{x} = \frac{-33}{56} < 0, \text{知 } P(x, y) = (-, +) \in \text{II}$$

2.  $2\vec{AB} + 3\vec{AC} - \vec{BC} = 2(\vec{AO} + \vec{OB}) + 3(\vec{AO} + \vec{OC}) - (\vec{BO} + \vec{OC})$   
 $= 5\vec{AO} + 3\vec{OB} + 2\vec{OC} = 3\vec{OB} + 2\vec{OC} - 5\vec{OA}$  (取  $O$  為原點)  
 $= 3(2, 5) + 2(0, -1) - 5(1, 2) = (6+0-5, 15-2-10) = (1, 3)$

3.  $L: ax - y = 3$  過  $(1, 2) \Leftrightarrow a(1) - (2) = 3$  知  $a = 5$ ,  $L$  之斜率為  $a = 5$

4. 多項式  $f(x) = 2x^3 - kx^2 + 3x + 5$

$f(x)$  除以  $x+1$  之餘式為  $1 \Leftrightarrow f(-1) = -2 - k - 3 + 5 = -k = 1$ , 知  $k = -1$


5.  $x^2 - 2x - 1 = 0$  之兩根為  $\alpha, \beta$ , 令  $f(x) = x^2 - 2x - 1$

知  $f(x) = x^2 - 2x - 1 = (x - \alpha)(x - \beta)$



所求  $(\alpha - 2)(\beta - 2) = (2 - \alpha)(2 - \beta) = f(2) = (2)^2 - 2(2) - 1 = -1$

6. 等差數列  $\langle a_n \rangle$ , 公差  $d$

$$a_{10} = a_1 + 9d = 4a_1, \text{知 } d = \frac{1}{3}a_1, \text{所求 } \frac{a_6}{a_2} = \frac{a_1 + 5d}{a_1 + d} = \frac{a_1 + \frac{5}{3}a_1}{a_1 + \frac{1}{3}a_1} = \frac{\frac{8}{3}a_1}{\frac{4}{3}a_1} = \frac{2}{1}$$

7.  $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ,  $\sin\theta = \frac{3}{5}$  

$$\tan\theta + \sec\theta = \frac{3}{4} + \frac{5}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

8.  $\tan\theta = \frac{8}{15}$  知  $\theta \in \text{I or III}$ , 即  or 

$$\text{所求 } \sin^2\theta + \cos^2\theta + \sec^2\theta = 1 + \left(\pm \frac{17}{15}\right)^2 = 1 + \frac{289}{225} = \frac{514}{225}$$

9.  $2^4 \times 4^{3x} \times 8^2 = 16^x \times 32 \Leftrightarrow 2^4 \times (2^2)^{3x} \times (2^3)^2 = (2^4)^x \times 2^5 \Leftrightarrow 2^{4+6x+6} = 2^{4x+5}$

知  $10 + 6x = 4x + 5$  即  $x = \frac{-5}{2}$

10. 已知  $\log_2 10 = 0.301$  , 又  $2^x = 10$  即  $x = \log_2 10 = \frac{1}{\log_{10} 2} = \frac{1}{0.301} = 3.32\dots$

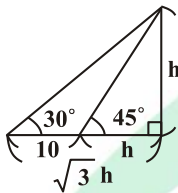
11.  $\begin{vmatrix} x & 1 \\ y & 2 \end{vmatrix} = 2x - y = 5 \dots\dots(1)$   $\begin{vmatrix} x & 2y \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = x - 2y = 0 \dots\dots(2)$

(1) - (2)  $\Rightarrow x + y = 5$

12.  $2 \leq x \leq 3 \Leftrightarrow (x - 2)(x - 3) \leq 0$  即  $x^2 - 5x + 6 \leq 0$

即  $-x^2 + 5x - 6 \geq 0$  , 知  $(a, b) = (-1, 5)$

13. 知  $10 + h = \sqrt{3} h$  即  $h = \frac{10}{\sqrt{3}-1} = 5(\sqrt{3} + 1)$



14.  $\underbrace{a b c d e f g}_{5 \text{ 選 } 3}$  即  $C_2^5 C_3^5 = 10$   
必選

15.  $x^2 + y^2 + kx + 2y + k + 1 = 0 \Leftrightarrow (x + \frac{k}{2})^2 + (y + 1)^2 = -k - 1 + \frac{k^2}{4} + 1$

必  $-k + \frac{k^2}{4} > 0 \Leftrightarrow k^2 - 4k > 0 \Leftrightarrow k(k - 4) > 0$  即  $k > 4$  or  $k < 0$

16. 所求  $0.425 \times 0.385 < 0.425 \times 0.4 < 0.4$

17. 第一組數字 58, 64, 73, 85, 91  $\rightarrow x$  標準差  $\sigma_1$

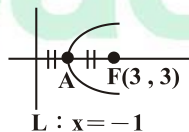
第二組數字 63, 69, 78, 90, 96  $\rightarrow y$  標準差  $\sigma_2$

注意到  $y = x + 5$  , 所求  $|\sigma_1 - \sigma_2| = 0$

18. 知頂點  $A(1, 3)$  , 開口向右

$(y - 3)^2 = 4(2)(x - 1)$

即  $y^2 - 8x - 6y + 17 = 0$



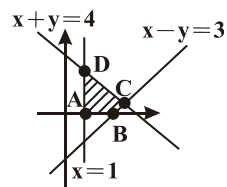
19. 高苣 4 株 a a a a 菠菜 4 株 b b b b

高<sub>1</sub>x 高<sub>2</sub>y 高<sub>3</sub>z 高<sub>4</sub>u 高<sub>5</sub>  $\begin{pmatrix} a|b|b|a|a|b|a|b \\ x|y|z|u \end{pmatrix}$

令 aaaabbbb 排入 xyzu 方法  $\frac{8!}{4!4!}$

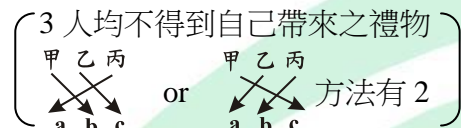
20.  $\begin{cases} x \geq 1, y \geq 0 \\ x - y \leq 3 \\ x + y \leq 4 \end{cases}$

	A	B	C	D
$(x, y)$	(1, 0)	(3, 0)	$(\frac{7}{2}, \frac{1}{2})$	(1, 3)
$3x - 5y$	3	9	8	-12



$$M + m = 9 + (-12) = -3$$

21. 所求  $\frac{C_2^5 \times 2}{5!} = \frac{20}{120} = \frac{1}{6}$



22. 遲到 late 記號  $l$  準時  $\bar{l}$  (即遲到反面)

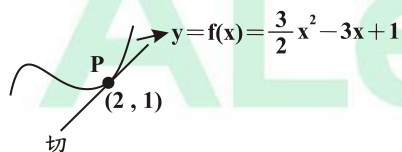
$$l \rightarrow l \text{ 為 } \frac{1}{4} \text{ (知 } l \rightarrow \bar{l} \text{ 為 } \frac{3}{4} \text{)}$$

$$\bar{l} \rightarrow l \text{ 為 } \frac{2}{5} \text{ (知 } \bar{l} \rightarrow \bar{l} \text{ 為 } \frac{3}{5} \text{)}$$

$$\text{令所求為 } l \rightarrow ? \rightarrow l \begin{cases} l \rightarrow l \rightarrow l \text{ 即 } \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} \\ \text{or} \\ l \rightarrow \bar{l} \rightarrow l \text{ 即 } \frac{3}{4} \times \frac{2}{5} \end{cases}$$

$$\text{即 } \frac{1}{16} + \frac{3}{10} = \frac{5+24}{80} = \frac{29}{80}$$

23.  $m_{\text{切}} = f'(2) = 3(2) - 3 = 3$





24. 《法一》  $f(x) = \frac{-3(x+1)}{x^4+x^2+1}$ ,  $f'(x) = \frac{-3 \cdot (x^4+x^2+1) - (4x^3+2x)[-3(x+1)]}{(x^4+x^2+1)^2}$

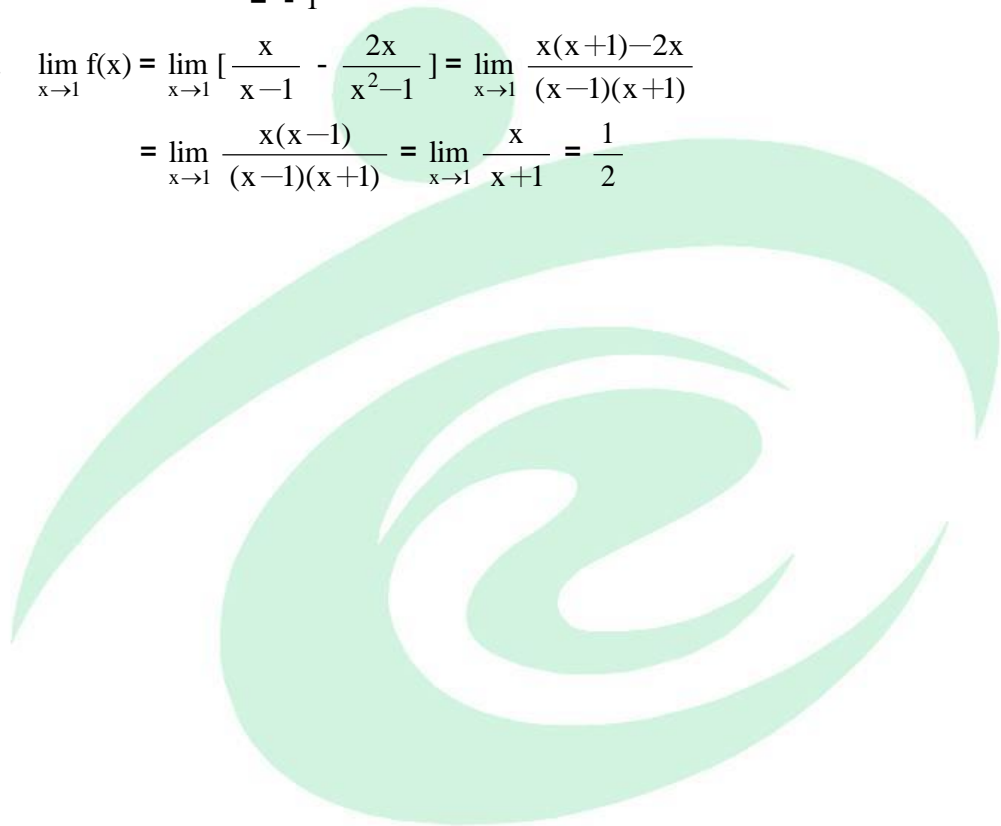
$$f'(-1) = \frac{-3(3) - (-4-2)[0]}{9} = \frac{-9}{9} = -1$$

《法二》  $f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x - (-1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{\frac{-3(x+1)}{x^4+x^2+1} - 0}{x+1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{-3}{x^4+x^2+1}$

$$= -1$$

25.  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \left[ \frac{x}{x-1} - \frac{2x}{x^2-1} \right] = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x+1) - 2x}{(x-1)(x+1)}$

$$= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+1)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{x+1} = \frac{1}{2}$$



ALeader