

# 109 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(A) 試題

### 數學 A 參考公式

1. 若  $\alpha$ 、 $\beta$  為一元二次方程式  $ax^2 + bx + c = 0$  的兩根，則  $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
2. 點  $P(x_0, y_0)$  到直線  $L: ax + by + c = 0$  的距離為  $\frac{|ax_0 + by_0 + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
3. 餘弦定理： $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$
4.  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， $R$  為  $\triangle ABC$  外接圓的半徑

1. 若在 1 和 2 之間插入二個數，使其成等比數列，則這二個數的乘積為何？  
(A)1 (B)2 (C)4 (D)8。
2. 由 5 位三年級、4 位二年級、3 位一年級的學生組成一糾察隊。今欲從此隊的學生中任選一位當隊長，若每位學生被選到的機會均等，則隊長為二年級學生的機率為何？  
(A)  $\frac{1}{12}$  (B)  $\frac{1}{5}$  (C)  $\frac{1}{4}$  (D)  $\frac{1}{3}$ 。
3. 設  $f(x) = 3x^3 - 7x^2 + 4x - 6 = a + b(x - 2) + c(x - 2)^2 + d(x - 2)^3$ ，則  $a - b - c - d = ?$   
(A) - 28 (B) - 26 (C) - 22 (D) - 18。
4. 設  $f(x)$  為一多項式。若  $f(x)$  除以  $x - \frac{1}{3}$  的商式為  $q(x)$ ，餘式為  $r$ ，則  $f(x)$  除以  $6x - 2$  的商式與餘式分別為何？  
(A) 商式為  $q(x)$ ，餘式為  $r$  (B) 商式為  $\frac{q(x)}{6}$ ，餘式為  $r$   
(C) 商式為  $\frac{q(x)}{6}$ ，餘式為  $6r$  (D) 商式為  $6q(x)$ ，餘式為  $6r$ 。
5. 某班有 30 位學生，其中 20 位男生、10 位女生。今任選二位擔任班長和副班長，若規定其中一位是男生，另一位是女生，則共有幾種選法？  
(A)200 (B)400 (C)435 (D)870。

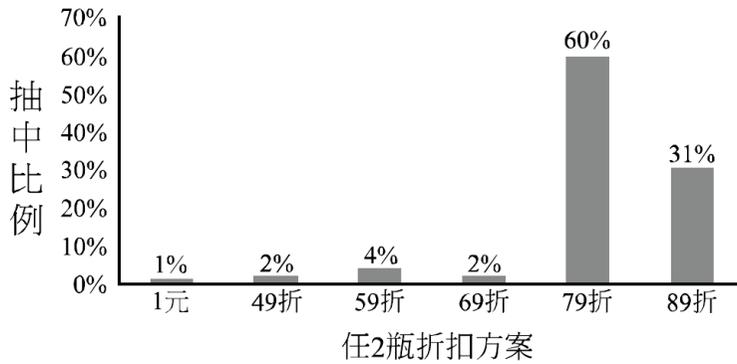
6. 設  $f(x) = 2x^3 + x^2 - 7x - 6$ ，則下列何者不為  $f(x)$  的因式？  
 (A)  $x + 1$                       (B)  $x - 2$                       (C)  $2x + 3$                       (D)  $2x - 1$ 。
7. 某校舉辦新生盃網球個人賽，比賽採單淘汰制，也就是比賽一場輸的就淘汰，勝的晉級到下一輪比賽。若有 32 位新生參加比賽，則共要舉辦多少場比賽，才會產生冠軍？  
 (A) 31                      (B) 32                      (C)  $\frac{32 \times 31}{2}$                       (D)  $32 \times 31$ 。
8. 設不等式  $ax^2 + 2x + b > 0$  的解為  $-1 < x < 2$ ，則下列何者是以  $a, b$  為兩根的方程式？  
 (A)  $x^2 + 2x - 8 = 0$     (B)  $x^2 - 2x - 8 = 0$     (C)  $x^2 + 3x - 15 = 0$     (D)  $x^2 - 6x + 8 = 0$ 。
9. 某次模擬考有 10000 人參加，若小明的百分等級是 95，則小明的排名會在下列哪個區間？  
 (A) [ 401 , 500 ]                      (B) [ 501 , 600 ]                      (C) [ 9401 , 9500 ]                      (D) [ 9501 , 9600 ]。
10. 表(一)是某年某月的月曆，若在其中框選任一個有九個數的大方格  $\begin{array}{|c|c|c|} \hline a_1 & a_2 & a_3 \\ \hline a_4 & a_5 & a_6 \\ \hline a_7 & a_8 & a_9 \\ \hline \end{array}$  (如表(一)中的粗黑框)，則下列何者不正確？  
 (A)  $a_1, a_2, \dots, a_9$  成等差數列                      (B)  $a_4$  是  $a_1$  和  $a_7$  的等差中項  
 (C)  $a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 9a_5$                       (D)  $a_1 + a_5 + a_9 = a_3 + a_5 + a_7$ 。

日	一	二	三	四	五	六
1	2	3	4	5	6	7
8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28
29	30	31				

表(一)

11. 某班期中考的數學成績平均分數為 48 分，標準差為 8 分。今將每人的分數都乘以  $a$  再加 2 分，若調整後成績的標準差為 10 分，則調整後成績的平均分數為幾分？  
 (A) 58                      (B) 60                      (C) 62                      (D) 64。
12. 設  $m_1$  為過  $A(\frac{7}{2}, -3)$   $B(\frac{1}{2}, 3)$  兩點的直線斜率， $m_2$  為直線  $x - 3y = 4$  的斜率， $m_3$  為直線  $y = 3$  的斜率，則  $m_1, m_2, m_3$  的大小為何？  
 (A)  $m_1 > m_2 > m_3$     (B)  $m_2 > m_3 > m_1$     (C)  $m_3 > m_2 > m_1$     (D)  $m_1 > m_3 > m_2$ 。

13. 設 $\alpha$ 、 $\beta$ 為方程式 $\log_{10}(x-5) - 2\log_{(x-5)}10 = 1$ 的兩根，則 $2\alpha\beta = ?$   
 (A)1051 (B)1061 (C)1071 (D)1081。
14. 已知 $\triangle ABC$ 中， $\overline{BC} = 8$ ，且 $\cos A = \frac{3}{5}$ ，則 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑為何？  
 (A)4 (B)5 (C)8 (D)10。
15. 設 $\vec{a}$ 與 $\vec{b}$ 兩向量的夾角為 $60^\circ$ ，且 $|\vec{a}| = 2$ ， $|\vec{b}| = 3$ ，則 $(3\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = ?$   
 (A)9 (B)12 (C)15 (D)18。
16. 設 $\triangle ABC$ 中，A點的坐標為 $(-2, 7)$ ，且B、C兩點均在直線 $3x - 4y = 6$ 上。若 $\triangle ABC$ 的面積為16，則 $\overline{BC}$ 的長度為何？  
 (A)2 (B)3 (C)4 (D)8。
17. 設 $A(5, 2)$ 與 $B(-1, -6)$ 為平面上兩點。若 $\overline{AB}$ 為圓C的直徑，則圓C的方程式為何？  
 (A) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 100$  (B) $(x+2)^2 + (y-2)^2 = 25$   
 (C) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 100$  (D) $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$ 。
18.  $\sin \frac{8\pi}{3} + \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) + \tan \frac{13\pi}{4} = ?$   
 (A) $-1 - \sqrt{3}$  (B) $1 - \sqrt{3}$  (C) $-1 + \sqrt{3}$  (D) $1 + \sqrt{3}$ 。
19. 將火車站與甲、乙、丙三家標示於坐標平面上，設火車站與甲、乙兩家的坐標分別為 $(0, 0)$ 、 $(-2, -5)$ 、 $(4, 7)$ ，且甲、乙、丙三家共線。若丙家介於甲、乙兩家之間，且丙家到甲家距離為丙家到乙家距離的兩倍，則丙家到火車站的距離為何？  
 (A) $\sqrt{7}$  (B) $\sqrt{11}$  (C) $\sqrt{13}$  (D) $\sqrt{15}$ 。
20. 某超商舉辦買飲料電腦抽獎活動，獎項分別有任2瓶1元、任2瓶49折、任2瓶59折、任2瓶69折、任2瓶79折、任2瓶89折。由於大家都不知道各獎項的中獎比例，因此某人號召參加抽獎的網友告知抽到的獎項。統計100次抽獎的結果如圖(一)。事後又再統計另外50次抽獎的次數分配表如表(二)，則此150次抽獎的統計結果，任2瓶79折的百分比為多少？  
 (A)36% (B)48% (C)60% (D)64%。



圖(一)

獎項(任2瓶)	1元	49折	59折	69折	79折	89折
次數	1	1	2	1	36	9

表(二)

21. 設直線  $y = k$  與兩指數函數  $y = 2^x + 3$ 、 $y = 2^x$  的圖形分別交於 A、B 兩點。若  $\overline{AB} = 4$ ，則  $k = ?$
- (A)  $\frac{14}{5}$                       (B) 3                      (C)  $\frac{16}{5}$                       (D)  $\frac{17}{5}$ 。
22. 設(a, b)為聯立不等式  $\begin{cases} 6x + y \leq 6 \\ 3x + 2y \leq 6 \\ x, y \geq 0 \end{cases}$  的解，則  $5a + 2b$  的最大值為何？
- (A)  $\frac{15}{3}$                       (B)  $\frac{18}{3}$                       (C)  $\frac{22}{3}$                       (D)  $\frac{34}{3}$ 。
23. 設  $x$  為任意實數，則  $f(x) = -2\sin^2 x - \sin x + 2$  的最大值為何？
- (A) 1                      (B)  $\frac{15}{8}$                       (C)  $\frac{17}{8}$                       (D) 5。
24. 設甲、乙兩人同時從點 O 朝不同方向行走，甲往東  $27^\circ$  南直線走了 450 公尺到達 A 點，乙往南  $57^\circ$  西直線走了 750 公尺到達 B 點，則 A、B 兩點的距離為多少公尺？
- (A) 1050                      (B) 1350                      (C) 1800                      (D) 2100。
25. 滿足不等式  $3 \leq |2x - 1| \leq 12$  的整數解個數為何？
- (A) 4                      (B) 5                      (C) 8                      (D) 10。

數學(A) - 【解答】

- 1.(B)    2.(D)    3.(A)    4.(B)    5.(B)    6.(D)    7.(A)    8.(B)    9.(A)    10.(A)  
 11.(C)    12.(B)    13.(C)    14.(B)    15.(A)    16.(C)    17.(D)    18.(D)    19.(C)    20.(D)  
 21.(C)    22.(C)    23.(C)    24.(A)    25.(D)

# 109 學年度四技二專統一入學測驗

## 數學(A) 試題詳解

- 1.(B) 2.(D) 3.(A) 4.(B) 5.(B) 6.(D) 7.(A) 8.(B) 9.(A) 10.(A)  
11.(C) 12.(B) 13.(C) 14.(B) 15.(A) 16.(C) 17.(D) 18.(D) 19.(C) 20.(D)  
21.(C) 22.(C) 23.(C) 24.(A) 25.(D)

1.  $1, x, y, 2$  成等比

$$\text{則 } 1 \times 2 = x \times y \quad \therefore xy = 2$$

2.  $n(s) = 5 + 4 + 3 = 12$

$$n(\text{2 年級}) = 4$$

$$P(\text{2 年級}) = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

3.  $3x^3 - 7x^2 + 4x - 6 = d(x - 2)^3 + c(x - 2)^2 + b(x - 2) + a$

$$\begin{array}{r|l} 3-7 & 4-6 \\ 6-2 & 4 \end{array} \quad 2$$

$$\begin{array}{r|l} 3-1 & 2 \\ 6 & 10 \end{array} \quad -2$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 5 \\ 6 & 12 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 11 \\ 3 & \end{array}$$

$$\therefore d = 3, c = 11, b = 12, a = -2$$

$$\text{則 } a - b - c - d = -28$$

4. 已知  $f(x) = (x - \frac{1}{3}) \cdot q(x) + r$

$$= (6x - 2) \times \frac{1}{6} \times q(x) + \underline{r}$$

商 餘

$$\therefore f(x) \text{ 除以 } (6x - 2), \text{ 商} = \frac{q(x)}{6}, \text{ 餘} = r$$

5.  $C_1^{20} \times C_1^{10} \times 2! = 400$

6.  $f(x) = 2x^3 + x^2 - 7x - 6$

$f(-1) = -2 + 1 + 7 - 6 = 0 \quad \therefore f(x)$ 有 $(x + 1)$ 因式

$\Rightarrow f(x) = (x + 1)(2x^2 - x - 6)$

$= (x + 1)(x - 2)(2x + 3)$

$\therefore f(x)$ 有因式 $(x + 1)$ ,  $(x - 2)$ ,  $(2x + 3)$

7. 《法一》

單淘汰制即為每一場比賽就會淘汰一人

32 位選手，產生冠軍需淘汰 31 人

所以需 31 場比賽

《法二》

全部 32 人，每兩人一場比賽，

第一次辦 16 場比賽(淘汰 16 人，剩 16 人)

第二次辦 8 場比賽(淘汰 8 人，剩 8 人)

第三次辦 4 場比賽(淘汰 4 人，剩 4 人)

第四次辦 2 場比賽(淘汰 2 人，剩 2 人)

第五次辦 1 場比賽(淘汰 1 人，剩冠軍 1 人)

總共  $16 + 8 + 4 + 2 + 1 = 31$  場比賽

8.  $-1 < x < 2 \Rightarrow (x + 1)(x - 2) < 0 \Rightarrow x^2 - x - 2 < 0$

$\xrightarrow{\text{同乘}(-2)} -2x^2 + 2x + 4 > 0 \quad \therefore a = -2, b = 4$

則以  $-2, 4$  為 2 根之新方程式為  $(x + 2)(x - 4) = 0$

$\Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0$

9. 每一個區間  $\frac{10000}{100} = 100$ (人)

百分等級 95 表示贏了 95 個區間，輸了 4 個區間

$\therefore$  最佳排名  $100 \times 4 + 1 = 401$ (名)

最差排名  $100 \times 5 = 500$ (名)

10.

$a_1$ $a-8$	$a_2$ $a-7$	$a_3$ $a-6$
$a_4$ $a-1$	$a_5$ $a$	$a_6$ $a+1$
$a_7$ $a+6$	$a_8$ $a+7$	$a_9$ $a+8$

(A)  $a_1, a_2, \dots, a_9$  不成等差；

$$(B) \frac{a_1 + a_7}{2} = \frac{a-8 + a+6}{2} = a-1 = a_4$$

 $\therefore a_4$  為  $a_1$  及  $a_7$  的等差中項

$$(C) a_1 + a_2 + \dots + a_9 = (a-8) + (a-7) + (a-6) + (a-1) + a \\ + (a+8) + (a+7) + (a+6) + (a+1) = 9a = 9a_5$$

$$(D) a_1 + a_5 + a_9 = 3a, a_3 + a_5 + a_7 = 3a$$

11. Y : 新分數, X : 原分數

$$\text{則 } Y = a \cdot X + 2$$

$$\rightarrow 8 \times a = 10 \quad \therefore a = \frac{5}{4} \quad (Y = \frac{5}{4}x + 2)$$

$$\text{則新平均} = \frac{5}{4} \times 48 + 2 = 62$$

$$12. A\left(\frac{7}{2}, -3\right), B\left(\frac{1}{2}, 3\right), m_1 = \frac{3 - (-3)}{\frac{1}{2} - \frac{7}{2}} = \frac{6}{-3} = -2$$

$$L : x - 3y = 4, m_2 = \frac{1}{-(-3)} = \frac{1}{3}$$

$$L : y = 3 \text{ (水平線)}, m_3 = 0$$

$$\therefore m_2 > m_3 > m_1$$

13.  $\log_{10}(x-5) - 2 \cdot \log_{(x-5)}10 = 1$ 

$$\text{令 } \log_{10}(x-5) = A, \text{ 則原式 } \Rightarrow A - \frac{2}{A} = 1 \Rightarrow A^2 - A - 2 = 0 \\ \Rightarrow (A-2)(A+1) = 0 \quad \therefore A = -1 \text{ 或 } 2$$

$$\therefore \begin{cases} \log_{10}(x-5) = -1 \\ \log_{10}(x-5) = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x-5 = 10^{-1} \\ x-5 = 10^2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 5\frac{1}{10} \\ x = 105 \end{cases}$$

$$\text{則 } 2\alpha\beta = 2 \times \frac{51}{10} \times 105 = 1071$$

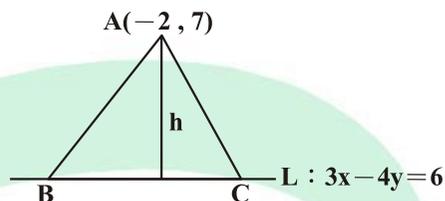
14.  $\cos A = \frac{3}{5}$   則  $\sin A = \frac{4}{5}$

根據正弦定理  $\frac{\overline{BC}}{\sin A} = \frac{8}{\frac{4}{5}} = 2R \quad \therefore R = 5$

15.  $(3\vec{a} - \vec{b}) \cdot (\vec{a} + 2\vec{b}) = 3|\vec{a}|^2 + 6\vec{a} \cdot \vec{b} - \vec{a} \cdot \vec{b} - 2|\vec{b}|^2$   
 $= 3|\vec{a}|^2 + 5\vec{a} \cdot \vec{b} - 2|\vec{b}|^2$   
 $= 3 \times 2^2 + 5 \times 2 \times 3 \times \cos 60^\circ - 2 \times 3^2 = 9$

16. 高(h) =  $d(A, L) = \frac{|-6 - 28 - 6|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = 8$

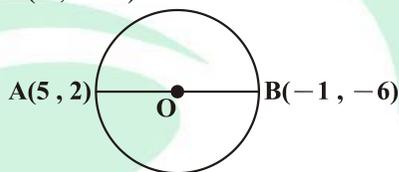
$\triangle ABC$  面積 =  $\frac{\overline{BC} \times 8}{2} = 16 \quad \therefore \overline{BC} = 4$



17. 圓心  $O = \frac{A+B}{2} = \left( \frac{5+(-1)}{2}, \frac{2+(-6)}{2} \right) = (2, -2)$

$r = \overline{OA} = \sqrt{(5-2)^2 + (2+2)^2} = 5$

則圓方程式:  $(x-2)^2 + (y+2)^2 = 25$



18.  $\sin \frac{8}{3}\pi + \cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + \tan \frac{13}{4}\pi$

$= \sin 480^\circ + \cos(-30^\circ) + \tan 585^\circ$

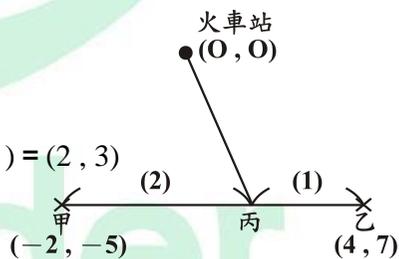
$= \sin 120^\circ + \cos 30^\circ + \tan 225^\circ$

$= \sin 60^\circ + \cos 30^\circ + \tan 45^\circ$

$= 1 + \sqrt{3}$

19. 由分點公式: 丙  $\left( \frac{2 \times 4 + 1 \times (-2)}{2+1}, \frac{2 \times 7 + 1 \times (-5)}{2+1} \right) = (2, 3)$

則火車站到丙距離:  $\sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$



20. 任 2 瓶 79 折比例:  $\frac{60+36}{100+50} \times 100\% = 64\%$

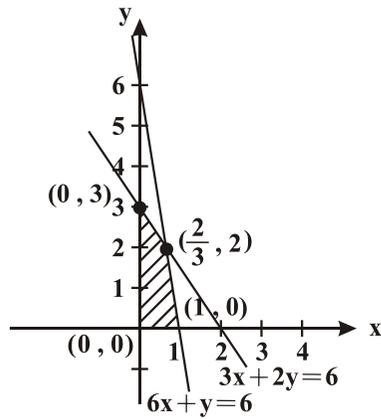
21.  $y = k$  代入  $y = 2^x \Rightarrow 2^x = k, x = \log_2 k$

$y = k$  代入  $y = 2^x + 3 \Rightarrow 2^x = k - 3, x = \log_2(k - 3)$

則  $\overline{AB} = \log_2 k - \log_2(k - 3) = \log_2 \frac{k}{k-3} = 4$

$\therefore \frac{k}{k-3} = 2^4 = 16 \Rightarrow k = \frac{16}{5}$

		$5a+2b$
22. $\begin{cases} x, y \geq 0 \\ 3x+2y \leq 6 \\ 6x+y \leq 6 \end{cases}$	$(0, 0)$ $(1, 0)$ $(\frac{2}{3}, 2)$ $(0, 3)$	0 5 $\frac{22}{3}$ (最大值) 6



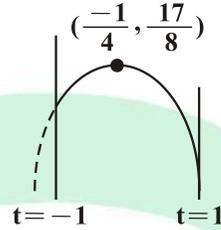
23.  $f(x) = -2\sin^2x - \sin x + 2$

令  $\sin x = t$ ,  $-1 \leq t \leq 1$

原式  $\Rightarrow f(t) = -2t^2 - t + 2$

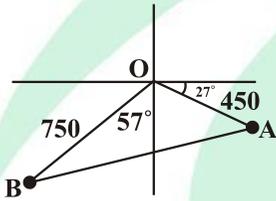
$$= -2\left(t + \frac{1}{4}\right)^2 + \frac{17}{8}$$

當  $t = -\frac{1}{4}$  時,  $f(t)$  有最大值  $= \frac{17}{8}$



24.  $\angle AOB = 90^\circ - 27^\circ + 57^\circ = 120^\circ$

則  $\overline{AB} = \sqrt{450^2 + 750^2 - 2 \times 450 \times 750 \times \cos 120^\circ} = 1050$



25.  $3 \leq |2x - 1| \leq 12$

$$\Rightarrow \begin{cases} |2x-1| \geq 3 \\ |2x-1| \leq 12 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2x-1 \geq 3 \text{ 或 } 2x-1 \leq -3 \\ -12 \leq 2x-1 \leq 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \geq 2 \text{ 或 } x \leq -1 \\ -\frac{11}{2} \leq x \leq \frac{13}{2} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -\frac{11}{2} \leq x \leq -1 \text{ 或 } 2 \leq x \leq \frac{13}{2}, \text{ 又 } x \in \mathbb{Z}$$

$\therefore x = -5, -4, -3, -2, -1, 2, 3, 4, 5, 6$  共 10 個

