

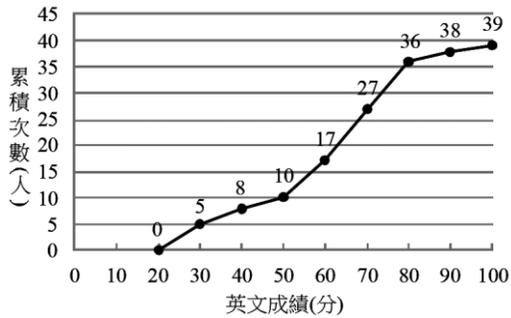
109 學年度四技二專統一入學測驗

數學(C) 試題

數學 C 參考公式

1. 三角函數的和差角公式： $\cos(\alpha \pm \beta) = \cos\alpha \cos\beta \mp \sin\alpha \sin\beta$
2. 若橢圓的長軸長為 $2a$ ，短軸長為 $2b$ ，則正焦弦長為 $\frac{2b^2}{a}$
3. 對數值： $\log_{10} 1.03 \approx 0.0128$ 、 $\log_{10} 1.3 \approx 0.1139$ 、 $\log_{10} 2 \approx 0.3010$ 、 $\log_{10} 3 \approx 0.4771$
4. 複利公式：若 P 為本金、 r 為每期利率、 n 為期數，則 n 期後本利和 $= P(1+r)^n$
5. 若 α 、 β 為一元二次方程式 $ax^2 + bx + c = 0$ 的兩根，則 $\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$ 、 $\alpha\beta = \frac{c}{a}$
6. $\triangle ABC$ 的正弦定理： $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$ ， R 為 $\triangle ABC$ 外接圓的半徑
7. $\triangle ABC$ 的餘弦定理： $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$

1. 關於下列各極限，何者錯誤？
(A) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt[3]{x-2} = 0$ (B) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x-2} = 0$ (C) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt[3]{x-2} = 0$ (D) $\lim_{x \rightarrow 2^+} \sqrt{x-2} = 0$ 。
2. 若 $a = \tan 480^\circ$ ， $b = \sec 135^\circ$ ， $c = \cos(-60^\circ)$ ，則下列有序數對何者在第二象限？
(A)(b, c) (B)(a, b) (C)(c, a) (D)(c, b)。
3. 已知多項式 $f(x)$ 除以 $(x-1)(x^2+x+1)$ 所得之餘式為 $3x^2+5x-2$ ，則 $f(x)$ 除以 x^2+x+1 所得之餘式為何？
(A) -4 (B) $2x-5$ (C) 6 (D) $8x-5$ 。
4. 圖(一)為某校一年 A 班的英文考試之以下累積次數分配曲線圖，請問由圖(一)顯示之資訊可推得哪一個選項正確？
(A)全距為 100 (B)中位數介於 60 - 70 之間
(C)標準差為 80 (D)百分等級(PR 值)高於 90 者只有一位。



圖(一)

5. 在一次立法委員選舉中，每位選民須投區域立委與不分區政黨兩種選票，且每種選票均只能圈選一位(個)，否則視為廢票。已知某甲的戶籍地有 6 位區域立委候選人，而全國共有 14 個政黨可選擇。若某甲決定去投票，且兩種選票均不投廢票，試問某甲有多少種的投票組合？
- (A)6 (B)14 (C)20 (D)84。
6. 若 $\sin 80^\circ = a$ ， $\cos 59^\circ = b$ ，則 $\cos 21^\circ = ?$
- (A) $a\sqrt{1-b^2} + b\sqrt{1-a^2}$ (B) $a\sqrt{1-b^2} - b\sqrt{1-a^2}$
 (C) $ab - \sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}$ (D) $ab + \sqrt{1-a^2}\sqrt{1-b^2}$ 。
7. 若給定一橢圓標準式 $\frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{144} = 1$ ，則下列何者正確？
- (A)(4, -2)為其中一焦點 (B)(9, -2)為其中一長軸頂點
 (C)(4, 10)為其中一短軸頂點 (D)正焦弦長為 $\frac{25}{6}$ 。
8. 設 $(\sqrt{3} + i)z = -2\sqrt{3} + 2i$ ，其中 $i = \sqrt{-1}$ ，則 z 之主幅角為何？
- (A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{5\pi}{6}$ (D) $\frac{7\pi}{6}$ 。
9. 某棒球投手自 4 月 1 日開始每天練投，他每日投球數為等差數列。若 4 月 5 日投球數為 41 個，4 月 13 日為 73 個，則他 4 月份有幾天投球數超過 100 個？
- (A)10 (B)11 (C)12 (D)13。
10. 在 $\begin{cases} x+2y-6 \geq 0 \\ x+y-10 \leq 0 \\ 2 \leq x \leq 9 \end{cases}$ 的條件下，求其可行解區域的面積(平方單位)為何？
- (A) $\frac{119}{4}$ (B) $\frac{59}{2}$ (C) $\frac{117}{4}$ (D) $\frac{55}{2}$ 。

11. 設函數 $f(x) = 2\cos 3x - 1$, $x \in [0, 2\pi]$, 若其圖形和 x 軸的交點個數與函數的最大值分別為 a 、 b , 則 $ab = ?$
 (A)6 (B)9 (C)12 (D)18。
12. 保險公司推出躉繳型保單(即於一開始存入一固定本金), 且宣告年利率為 3% 的複利, 每年計算一次。若某人於 20 歲時, 花 10 萬元購買此保單, 則當保單價值達 20 萬元時, 某人約幾歲?
 (A)24 (B)34 (C)44 (D)54。
13. 設 $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 32$ 在閉區間 $[-3, 3]$ 內的最大值與最小值分別為 m 、 n , 則 $m - n = ?$
 (A)90 (B)98 (C)100 (D)108。
14. 坊間的擲骰子遊戲, 一次擲出四顆公正骰子, 在下列情形之下才可以計算其得點數(設 x 、 y 、 z 均不同),
 (1)若骰子點數出現 x 、 x 、 y 、 z 時, 則玩家之得點數為 $y + z$;
 (2)若骰子點數出現 x 、 x 、 y 、 y 時, 則玩家之得點數為 $2x$ 與 $2y$ 中較大者。
 求玩家擲出得點數為 3(即「BG」)的機率為何?
 (A) $\frac{1}{12}$ (B) $\frac{1}{18}$ (C) $\frac{1}{27}$ (D) $\frac{1}{36}$ 。
15. 若 k 為實數, 且點 $P(1, k)$ 為曲線 $kx^2 + y^2 + 2x - 4y + k - 1 = 0$ 上之一點, 求曲線之圖形為何?
 (A)圓 (B)拋物線 (C)橢圓 (D)雙曲線。
16. 滿足 $\log_{10-x^2}(x^2 + 3x + 2)$ 有意義的整數 x 共有多少個?
 (A)3 (B)4 (C)5 (D)7。
17. 設 $f(x) = \begin{cases} 2x-1, & x > 2 \\ x^2-2x+3, & x \leq 2 \end{cases}$, 則 $f'(2) = ?$
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)不存在。
18. 設 α 、 β 為方程式 $x^2 + 5x + k = 0$ 之二根, 已知多項式 $f(x) = 2x^2 + 7x + 5$ 除以 $x - \alpha$ 、 $x - \beta$ 所得的餘式分別為 -1 、 2 , 則 $k = ?$
 (A)4 (B)5 (C)6 (D)7。

19. 某家口罩工廠擁有 5 台 A 型機器和 3 台 B 型機器來製造口罩，平時每日總產量為 11070 個口罩。今因應肺炎疫情日趨嚴重，緊急添購 3 台 A 型機器和 9 台 B 型機器，並提高所有機器的每日產能至原先的 150%，使得該工廠每日總產量增為 42120 個口罩，試問一台 A 型機器原先的每日產能為多少個？

(A)1350 (B)1380 (C)1410 (D)1440。

20. 已知三階行列式 $\begin{vmatrix} a_1-2b_1-3c_1 & a_1-2c_1 & a_1 \\ a_2-2b_2-3c_2 & a_2-2c_2 & a_2 \\ a_3-2b_3-3c_3 & a_3-2c_3 & a_3 \end{vmatrix} = 8$ ，則 $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = ?$

(A) - 4 (B) - 2 (C)2 (D)4。

21. 設平面上三點 $A(1, 1)$ 、 $B(5, -2)$ 、 $C(5, 2)$ ，且 \overrightarrow{AC} 在 \overrightarrow{AB} 的正射影為 \overrightarrow{AD} ，若 $\overrightarrow{DC} = (x, y)$ ，則 $x + y = ?$

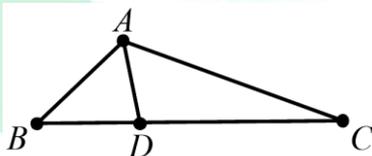
(A) $\frac{34}{25}$ (B) $\frac{89}{25}$ (C) $\frac{104}{25}$ (D) $\frac{112}{25}$ 。

22. 設 a 為實數，將 $(ax + 1)^4$ 展開後，若 x^3 之係數大於其他各項係數，則 a 的範圍為何？

(A) $a < 4$ (B) $a > \frac{3}{2}$ (C) $a > 4$ 或 $a < \frac{3}{2}$ (D) $\frac{3}{2} < a < 4$ 。

23. 在 $\triangle ABC$ 中，若 $\angle A$ 之內角平分線交 \overline{BC} 於 D ，其中 $\overline{AB} = 3$ 、 $\overline{AC} = 6$ ，且 $\angle A = 120^\circ$ ，如圖(二)，則 $\overline{CD} = ?$

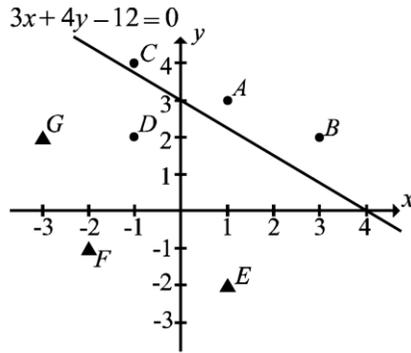
(A) $\sqrt{26}$ (B) $3\sqrt{3}$ (C) $2\sqrt{7}$ (D) $\sqrt{7}$ 。



圖(二)

24. 在人工智慧的分類技術中，用到以直線分類不同物件的概念。設平面上有七個點 $A(1, 3)$ 、 $B(3, 2)$ 、 $C(-1, 4)$ 、 $D(-1, 2)$ 、 $E(1, -2)$ 、 $F(-2, -1)$ 、 $G(-3, 2)$ 分屬 \bullet 、 \blacktriangle 二類，其中直線 $L: 3x + 4y - 12 = 0$ 未能將它們正確分類，如圖(三)標示。若將 L 平行移動至新的位置成為新直線 L_1 且能達到正確分類目的，則下列何者可為 L_1 的直線方程式？

(A) $3x + 4y + 2 = 0$ (B) $3x + 4y - 6 = 0$ (C) $6x + 8y + 3 = 0$ (D) $6x + 8y - 3 = 0$ 。



圖(三)

25. 設 $g(x) = 2x - 1$ ，已知在閉區間 $[-1, 1]$ 上 $f(x) \geq 1$ 且 $\int_{-1}^1 f(x) dx = 5$ ，則此兩曲線 $y = f(x)$ 與 $y = g(x)$ 在閉區間 $[-1, 1]$ 所圍成區域的面積為何？
- (A)4 (B)5 (C)6 (D)7。

數學(C) - 【解答】

- 1.(B) 2.(A) 3.(B) 4.(B) 5.(D) 6.(A) 7.(D) 8.(B) 9.(B) 10.(A)
 11.(A) 12.(C) 13.(C) 14.(C) 15.(A) 16.(A) 17.(B) 18.(C) 19.(A) 20.(C)
 21.(D) 22.(D) 23.(C) 24.(D) 25.(D)

ALeader

109 學年度四技二專統一入學測驗

數學(C) 試題詳解

- 1.(B) 2.(A) 3.(B) 4.(B) 5.(D) 6.(A) 7.(D) 8.(B) 9.(B) 10.(A)
11.(A) 12.(C) 13.(C) 14.(C) 15.(A) 16.(A) 17.(B) 18.(C) 19.(A) 20.(C)
21.(D) 22.(D) 23.(C) 24.(D) 25.(D)

1. (A)(C)(D)之分母皆 $\neq 0 \Rightarrow$ 直代：皆合

(B) $\lim_{x \rightarrow 2^-} \sqrt{x-2} \Rightarrow x$ 比 2 小一點點：代入平方根造成平方根內為負數，即不合
(不存在)

2. $a = \tan 480^\circ = \tan 120^\circ < 0$

$$b = \sec 135^\circ < 0$$

$$c = \cos(-60^\circ) = \cos 60^\circ > 0$$

故(b, c)在第二象限

$$3. \frac{f(x)}{x^2+x+1} = \frac{(x-1)(x^2+x+1)Q(x)+(3x^2+5x-2)}{x^2+x+1}$$

$$\text{餘式發生在：} \frac{3x^2+5x-2}{x^2+x+1} = \frac{3(x^2+x+1)+(2x-5)}{x^2+x+1} = 3 + \frac{2x-5}{x^2+x+1} \dots \text{餘式為 } 2x-5$$

4. 一年 A 班共有 39 人

中位數即第 20 名落在以下累積次數分配曲線圖之 60~70 之間。

$$5. C_1^6 \cdot C_1^{14} = 6 \cdot 14 = 84$$

$$6. \cos 21^\circ = \cos(80^\circ - 59^\circ)$$

$$= \cos 80^\circ \cdot \cos 59^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sin 59^\circ$$

$$= \sqrt{1-\sin^2 80^\circ} \cdot \cos 59^\circ + \sin 80^\circ \cdot \sqrt{1-\cos^2 59^\circ}$$

$$= \sqrt{1-a^2} \cdot b + a \cdot \sqrt{1-b^2}$$

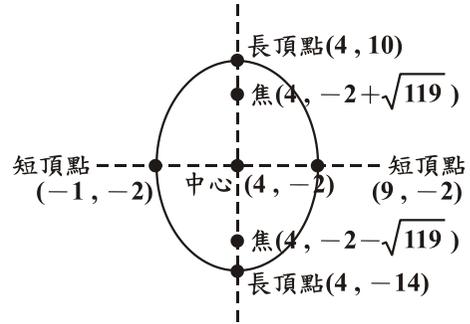
$$7. \frac{(x-4)^2}{25} + \frac{(y+2)^2}{144} = 1$$

中心(4, -2), a = 12, b = 5

$$\text{利用: } a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow c^2 = a^2 - b^2 = 119$$

$$\Rightarrow c = \sqrt{119}$$

$$\text{正焦弦長} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \cdot 5^2}{12} = \frac{25}{6}$$



$$8. (\sqrt{3} + i)z = -2\sqrt{3} + 2i$$

$$z = \frac{-2\sqrt{3} + 2i}{\sqrt{3} + i} = \frac{(-2\sqrt{3} + 2i)(\sqrt{3} - i)}{(\sqrt{3} + i)(\sqrt{3} - i)} = \frac{-6 + 4\sqrt{3}i - 2i^2}{3 - i^2} = \frac{-4 + 4\sqrt{3}i}{4}$$

$$= -1 + \sqrt{3}i = 2\left(\frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) = 2(\cos 120^\circ + i \sin 120^\circ)$$

$$\therefore z \text{ 之主幅角為 } 120^\circ = \frac{2\pi}{3}$$

$$9. \text{等差: } a_5 = 41, a_{13} = 73$$

$$(1) \text{利用: } a_{13} = a_5 + 8d \Rightarrow 73 = 41 + 8d \Rightarrow d = 4$$

$$(2) a_n = a_5 + (n - 5)d = 41 + (n - 5)4 = 4n + 21$$

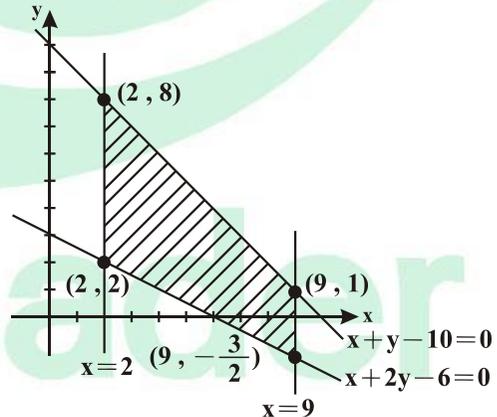
$$a_n > 100 \Rightarrow 4n + 21 > 100 \Rightarrow 4n > 79 \Rightarrow n > 19$$

故 $n = 20, 21, \dots, 30$ 共有 11 天投球數會超過 100 個

$$10. \text{區域面積} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} 2 & 9 & 9 & 2 & 2 \\ 2 & -\frac{3}{2} & 1 & 8 & 2 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} \left| 82 - \frac{45}{2} \right|$$

$$= \frac{119}{4}$$



11. (1) $-1 \leq \cos 3x \leq 1$

$\Rightarrow -2 \leq 2\cos 3x \leq 2$

$\Rightarrow -3 \leq 2\cos 3x - 1 \leq 1$

$\Rightarrow -3 \leq y \leq 1 \dots \dots b = 1$

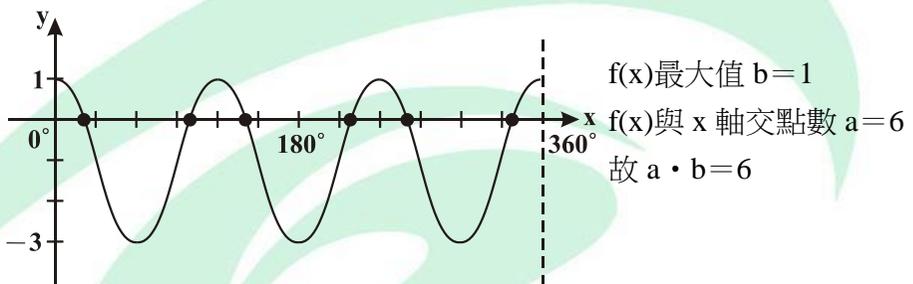
(2) $\begin{cases} y = 2\cos 3x - 1 \\ y = 0 \text{ (x軸)} \end{cases}$

$\Rightarrow 2\cos 3x - 1 = 0 \Rightarrow \cos 3x = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x = 60^\circ, 420^\circ, 780^\circ \\ 3x = 300^\circ, 660^\circ, 1020^\circ \end{cases} \dots a = 6; \text{ 故 } a \cdot b = 6$

$x \in [0, 2\pi] \Rightarrow 0^\circ \leq x \leq 360^\circ \Rightarrow 0^\circ \leq 3x \leq 1080^\circ$

【另解】



12. 設 n 年後本利和 ≥ 200000

$\Rightarrow 100000(1 + 3\%)^n \geq 200000 \Rightarrow (1.03)^n \geq 2$

$\Rightarrow \log(1.03)^n \geq \log 2 \Rightarrow n \cdot \log(1.03) \geq \log 2$

$\Rightarrow (0.0128)n \geq 0.3010 \Rightarrow n \geq 23.5$

$\Rightarrow n$ 取 24，即某人 44 歲

13. $f(x) = x^3 - 3x^2 - 24x + 32$

$f'(x) = 3x^2 - 6x - 24$

極值發生在： $f'(x) = 0$

$\Rightarrow 3x^2 - 6x - 24 = 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 8 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x + 2) = 0$

$x = 4$ (不合) or $x = -2$

比較 $\begin{cases} f(-3) = 50 \\ f(-2) = 60 \dots \dots m \\ f(3) = -40 \dots \dots n \end{cases}$

故 $m - n = 60 - (-40) = 100$

18. (1) $f(\alpha) = 2\alpha^2 + 7\alpha + 5 = -1$

$$2\alpha^2 + 7\alpha = -6$$

(2) $f(\beta) = 2\beta^2 + 7\beta + 5 = 2$

$$2\beta^2 + 7\beta = -3$$

(3) α 、 β 為 $x^2 + 5x + k = 0$ 之二根

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha + \beta = -5 \\ \alpha\beta = k \end{cases}$$

由(1)+(2) $\Rightarrow 2(\alpha^2 + \beta^2) + 7(\alpha + \beta) = -9$

$$\Rightarrow 2(\alpha^2 + \beta^2) + 7(-5) = -9 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 13$$

$$\Rightarrow (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = 13 \Rightarrow (-5)^2 - 2k = 13 \Rightarrow k = 6$$

19. 設 A 原先每日產能 x 個

B 原先每日產能 y 個

(1) $5x + 3y = 11070$

(2) $(8x + 12y)150\% = 42120$

$$\Rightarrow 12x + 18y = 42120 \Rightarrow 2x + 3y = 7020$$

由(1) - (2) : $3x = 4050 \Rightarrow x = 1350$

20.

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \times (-1) & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \begin{vmatrix} a_1 - 2b_1 - 3c_1 & a_1 - 2c_1 & a_1 \\ a_2 - 2b_2 - 3c_2 & a_2 - 2c_2 & a_2 \\ a_3 - 2b_3 - 3c_3 & a_3 - 2c_3 & a_3 \end{vmatrix} & = & \begin{vmatrix} -2b_1 - 3c_1 & -2c_1 & a_1 \\ -2b_2 - 3c_2 & -2c_2 & a_2 \\ -2b_3 - 3c_3 & -2c_3 & a_3 \end{vmatrix} \\ & & \times \left(-\frac{3}{2}\right) \\ & & \swarrow \quad \downarrow \quad \searrow \end{array} \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} & \text{換} & \\ \swarrow & \downarrow & \searrow \\ \begin{vmatrix} -2b_1 & -2c_1 & a_1 \\ -2b_2 & -2c_2 & a_2 \\ -2b_3 & -2c_3 & a_3 \end{vmatrix} & = 4 \begin{vmatrix} b_1 & c_1 & a_1 \\ b_2 & c_2 & a_2 \\ b_3 & c_3 & a_3 \end{vmatrix} & = -4 \begin{vmatrix} a_1 & c_1 & b_1 \\ a_2 & c_2 & b_2 \\ a_3 & c_3 & b_3 \end{vmatrix} \\ & & \text{換} \\ = 4 \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 8, \text{ 故} & \begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 2 \end{array} \end{array}$$

$$21. \left. \begin{array}{l} \vec{AC} = (4, 1) \\ \vec{AB} = (4, -3); |\vec{AB}| = 5 \end{array} \right\} \vec{AC} \cdot \vec{AB} = 4 \cdot 4 + 1(-3) = 13$$

$$\vec{AC} \text{ 在 } \vec{AB} \text{ 的正射影} = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AB}|^2} \cdot \vec{AB} = \frac{13}{5^2} (4, -3) = \left(\frac{52}{25}, -\frac{39}{25} \right)$$

$$= \vec{AD} = (x_1 - 1, y_1 - 1) [\text{令 } D(x_1, y_1)]$$

$$\text{利用} \begin{cases} x_1 - 1 = \frac{52}{25} \\ y_1 - 1 = -\frac{39}{25} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{77}{25} \\ y_1 = -\frac{14}{25} \end{cases} \Rightarrow D\left(\frac{77}{25}, -\frac{14}{25}\right);$$

$$C(5, 2) \Rightarrow \vec{DC} = \left(5 - \frac{77}{25}, 2 + \frac{14}{25}\right) = (x, y)$$

$$\text{故 } x + y = 5 - \frac{77}{25} + 2 + \frac{14}{25} = 7 - \frac{63}{25} = \frac{112}{25}$$

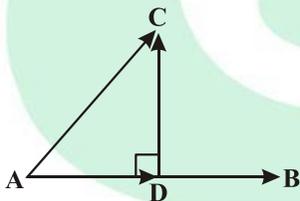
【另解】

$$\left. \begin{array}{l} \vec{AC} = (4, 1) \\ \vec{AB} = (4, -3); |\vec{AB}| = 5 \end{array} \right\} \vec{AC} \cdot \vec{AB} = 4 \cdot 4 + 1(-3) = 13$$

$$\vec{AC} \text{ 在 } \vec{AB} \text{ 的正射影 } \vec{AD} = \frac{\vec{AC} \cdot \vec{AB}}{|\vec{AB}|^2} \cdot \vec{AB} = \frac{13}{5^2} (4, -3) = \left(\frac{52}{25}, -\frac{39}{25} \right)$$

$$\text{由向量加法} \Rightarrow \vec{AD} + \vec{DC} = \vec{AC}$$

$$\Rightarrow \vec{DC} = \vec{AC} - \vec{AD} = (4, 1) - \left(\frac{52}{25}, -\frac{39}{25} \right) = \left(\frac{48}{25}, \frac{64}{25} \right)$$



$$\text{故 } x + y = \frac{48}{25} + \frac{64}{25} = \frac{112}{25}$$

