

110 學年度四技二專統一入學測驗

數學(B) 試題

數學 B 參考公式

1. 二倍角公式： $\sin 2\theta = 2\sin\theta \cos\theta$ ； $\cos 2\theta = \cos^2\theta - \sin^2\theta = 2\cos^2\theta - 1$
 $= 1 - 2\sin^2\theta$

2. 橢圓方程式 $\frac{(x-h)^2}{a^2} + \frac{(y-k)^2}{b^2} = 1$ ， $a \geq b > 0$ ：中心 (h, k) ，焦點 $(h \pm c, k)$ ，其中 $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

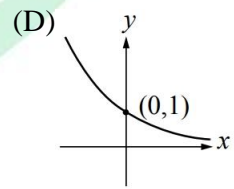
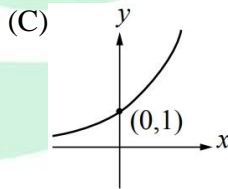
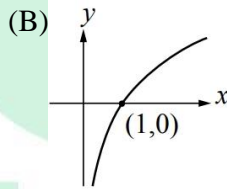
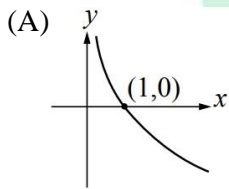
3. $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$ ， $C_r^n = \frac{n!}{r!(n-r)!}$

4. 設有一組抽樣資料 x_1, x_2, \dots, x_n ，其算術平均數為 \bar{x} ，則樣本標準差為

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}$$

5 參考數值： $1\pi = 180^\circ$ 、 $\sin 37^\circ \approx \frac{3}{5}$ 、 $\cos 37^\circ \approx \frac{4}{5}$ 、 $\tan 37^\circ \approx \frac{3}{4}$

1. 若 $f(x) = \left(\frac{\pi}{4}\right)^x$ ，則下列何者為 $f(x)$ 之圖形？



2. 若 a, b 為常數且兩方程組 $\begin{cases} x+2y=3 \\ ax+6y=9 \end{cases}$ 與 $\begin{cases} 2x+y=5 \\ 4x+by=10 \end{cases}$ 皆為相依方程組，則 $2a - b = ?$

(A) 2

(B) 4

(C) 6

(D) 8。

3. 下列數對 (x, y) 何者滿足聯立不等式 $\begin{cases} 100x+2y-100 \geq 0 \\ 2x+100y+100 \leq 0 \end{cases}$?

(A) $(0, 0)$

(B) $(1, 1)$

(C) $(2, 1)$

(D) $(2, -2)$ 。

4. 若下列四個選項中，其中有三個互為同界角，則下列何者不是另外三個選項的同界角？

(A) $-\frac{9\pi}{5}$ (B) -36° (C) $\frac{\pi}{5}$ (D) 1116° 。

5. 若下表為某些名人之星座統計表，則星座代號之眾數為何？

(A)8.5 (B)9 (C)10 (D)12。

名人代號	出生年月日	星座	星座代號
A	1887/10/31	天蠍座	10
B	1891/08/13	獅子座	7
C	1905/10/23	天秤座	9
D	1910/04/27	金牛座	4
E	1923/01/15	魔羯座	12
F	1950/10/12	天秤座	9
G	1950/07/13	巨蟹座	6
H	1956/08/31	處女座	8

6. 若 $a = \log 2$ ， $b = \log 3$ ，則 $10^{2a+b} = ?$

(A)2 (B)3 (C)12 (D)24。

7. 若圓 $C: x^2 + y^2 - 8x + 6y = 0$ ，則圓 C 之直徑為何？

(A)6 (B)8 (C)10 (D)12。

8. 某款電玩在開始闖關前需進行設定：第一個步驟是選擇難度，由入門、普通或高手等 3 種難度擇一；第二個步驟由 4 種盔甲擇一；第三個步驟由 5 種武器擇一。若必須依序完成這三個步驟，設定才算完成，則有幾種闖關前設定？

(A)12 (B)23 (C)36 (D)60。

9. 袋中有 5 顆相同的紅球及 3 顆相同的白球，今甲、乙兩人互賭，從袋中隨機抽出 3 顆球。若皆為紅球，則甲給乙 420 元，否則乙須給甲 140 元。求甲獲取金額的期望值為多少元？

(A)40 (B)20 (C) - 20 (D) - 40。

10. 下列哪一組樣本的標準差最小？

(A)1、4、7、10、13 (B)55、57、58、59、61

(C)100、101、102、103、104 (D)216、218、220、222、224。

11. 已知兩多項式函數 $g(x)$ 及 $h(x)$ 之導函數分別為 $g'(x)$ 及 $h'(x)$ ，且 $h(x) = 4g(x) - 7x + 9$ 。若 $g'(0) = 3$ ，則 $h'(0) = ?$
 (A)5 (B)9 (C)14 (D)21。
12. 若直線 $L_1 : y = mx + b$ 與直線 $L : 2x + 3y = 1$ 平行，且直線 L_1 與 x 軸的交點之 x 坐標為 2，則下列何者正確？
 (A) $m + b = \frac{2}{3}$ (B) $m + b = 6$ (C) $m \times b = \frac{2}{3}$ (D) $m \times b = 9$ 。
13. 若圓 $C_1 : x^2 + y^2 - 2x + 2y = 0$ 、圓 $C_2 : x^2 + y^2 - 4x + 4y = 0$ ，則直線 $L : x - y - 4 = 0$ 與兩圓 C_1 、 C_2 共有幾個交點？
 (A)1 (B)2 (C)3 (D)4。
14. 已知 $\tan\theta = \frac{7}{25}$ 。若 $\sin\theta \cos\theta = a$ ，則下列何者正確？
 (A) $\frac{1}{2} < a < 1$ (B) $0 < a < \frac{1}{2}$ (C) $-\frac{1}{2} < a < 0$ (D) $-1 < a < -\frac{1}{2}$ 。
15. 若 $\begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & a & -1 \\ 0 & 6 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & b & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix}$ ，則 $a + b = ?$
 (A) -9 (B) -1 (C)3 (D)5。
16. 已知 $0 < \theta < \frac{\pi}{2}$ ，且 $\sin\theta = \frac{3}{5}$ 。若 $\sin 4\theta = a$ ，則下列何者正確？
 (A) $0 < a < \frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{4} < a < \frac{1}{2}$ (C) $\frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}$ (D) $\frac{3}{4} < a < 1$ 。
17. 若橢圓曲線上的任意點到兩點 $(2, -3)$ 、 $(-4, -3)$ 的距離和為 10，則此橢圓之短軸長為何？
 (A)4 (B)5 (C)6 (D)8。
18. 若小林準備 600 萬元投資股票 x 萬元及債券 y 萬元，而投資股票金額不會低於債券金額的 2 倍，則下列何者為題意之限制條件？
 (A) $\begin{cases} x + y \leq 600 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (B) $\begin{cases} x + y \leq 600 \\ 2x \geq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (C) $\begin{cases} x + y > 600 \\ x \geq 2y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$ (D) $\begin{cases} x + y > 600 \\ 2x \geq y \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$
19. 已知 A、B、C 三家某知名商店，B 店位於 A 店往西 240 公尺往北 120 公尺處，而 C 店位於 B 店往東 180 公尺往南 40 公尺位置。求 A 店與 C 店的距離為多少公尺？
 (A)100 (B)120 (C)140 (D)160。

20. 若無窮級數為 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2}$ ，則前 5 項之和為何？
 (A)35 (B)40 (C)45 (D)50。
21. 若從 1、2、3、4、5、6、7 七個數字中取兩個相異數字排成二位數，則所有這些不同的二位數之總和為何？
 (A)42 (B)924 (C)1848 (D)3696。
22. 已知某校新生的生日都沒有 2 月 29 日，而其他每個出生日期的可能性均相等，且新生分班是隨機的。若某新生班級共有 30 位學生，則該班學生生日皆不同的機率為何？
 (A) $(\frac{364}{365})^{29}$ (B) $1 - C_2^{30} \times \frac{1}{365}$ (C) $C_{30}^{365} \times (\frac{1}{365})^{30}$ (D) $P_{30}^{365} \times (\frac{1}{365})^{30}$ 。
23. 若 $f(x) = (x^2 + 1)^{100}$ ，則 $\int_0^1 [2x + f(x)]dx + \int_1^3 f(x)dx + \int_3^0 f(x)dx = ?$
 (A)0 (B)1 (C)2 (D)3。
24. 已知 $f(x) = x^2 + bx + c$ 為二次多項式。若 $f(x)$ 被 $(x + 1)^2$ 除的餘式被 $x - 1$ 整除，且 $f(x)$ 被 $(x - 1)^2$ 除的餘式被 $x + 1$ 整除，則 $c = ?$
 (A) - 3 (B) - 1 (C)1 (D)3。
25. 孫悟空師徒四人取經途中經過一廣闊平原，看到前方有一尊高大佛像，其頂部仰角為 37° ，四人往佛像前行 31 公尺後，佛像頂部仰角變為 53° 。求佛像高度約為多少公尺？
 (A)57 (B)53 (C)37 (D)31。

ALeader

數學(B) - 【解答】

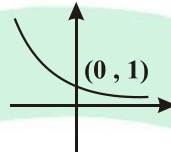
- 1.(D) 2.(B) 3.(D) 4.(B) 5.(B) 6.(C) 7.(C) 8.(D) 9.(A) 10.(C)
 11.(A) 12.(A) 13.(C) 14.(B) 15.(C) 16.(C) 17.(D) 18.(A) 19.(A) 20.(A)
 21.(C) 22.(D) 23.(B) 24.(D) 25.(B)

110 學年度四技二專統一入學測驗

數學(B) 試題詳解

- 1.(D) 2.(B) 3.(D) 4.(B) 5.(B) 6.(C) 7.(C) 8.(D) 9.(A) 10.(C)
11.(A) 12.(A) 13.(C) 14.(B) 15.(C) 16.(C) 17.(D) 18.(A) 19.(A) 20.(A)
21.(C) 22.(D) 23.(B) 24.(D) 25.(B)

1. $\because 0 < \frac{\pi}{4} < 1$, $f(x) = a^x$, 若 $0 < a < 1 \Rightarrow$ 圖形皆



2. 兩方程組皆相依方程式 $\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a} = \frac{2}{6} = \frac{3}{9} \Rightarrow a=3 \\ \frac{2}{4} = \frac{1}{b} = \frac{5}{10} \Rightarrow b=2 \end{cases}, 2a - b = 6 - 2 = 4$

3. 4 個選項代入聯立不等式 \Rightarrow 只有(D)選項合

4. $-\frac{9}{5}\pi = -324^\circ, \frac{\pi}{5} = 36^\circ \Rightarrow 1116^\circ - 360^\circ \times 3 = 36^\circ \Rightarrow 1116^\circ - 360^\circ \times 4 = -324^\circ$
 \Rightarrow 只有 -36° 不是其他 3 項的同界角

5. 眾數表出現次數最多者 $\Rightarrow 9$ 出現兩次

6. $a = \log 2, b = \log 3, 10^{2a+b} = (10^a)^2 10^b = (10^{\log 2})^2 \cdot 10^{\log 3} = 2^2 \times 3 = 12$

7. $(x^2 - 8x) + (y^2 + 6y) = 0, (x - 4)^2 + (y + 3)^2 = 25 \Rightarrow r = 5 \Rightarrow$ 直徑為 10

8. $3 \times 4 \times 5 = 60$

9. 3 球皆紅球的機率 $= \frac{C_3^5}{C_3^8} = \frac{10}{56} = \frac{5}{28}$,

甲的期望值 $= \frac{5}{28} \times (-420) + (1 - \frac{5}{28}) \times 140 = \frac{-2100 + 3220}{28} = \frac{1120}{28} = 40$ 元

10. (C) 選項的離均平方和最小,

$$[\bar{x} = 102$$

$$\Rightarrow (100 - 102)^2 + (101 - 102)^2 + (102 - 102)^2 + (103 - 102)^2 + (104 - 102)^2]$$

11. $h(x) = 4g(x) - 7x + 9 \xrightarrow{\text{對 } x \text{ 微分}} h'(x) = 4g'(x) - 7 \Rightarrow h'(0) = 4g'(0) - 7 = 4 \times 3 - 7 = 5$

$$12. L: y = -\frac{2}{3}x + \frac{1}{3} \Rightarrow m = -\frac{2}{3} \Rightarrow \text{又 } L_1 // L \Rightarrow m = -\frac{2}{3}$$

$$L_1: y = -\frac{2}{3}x + b, \text{ 又 } L_1 \text{ 與 } x \text{ 軸交點為 } (2, 0), (2, 0) \text{ 代入 } L_1$$

$$\Rightarrow 0 = -\frac{2}{3} \times 2 + b \Rightarrow b = \frac{4}{3}, m + b = -\frac{2}{3} + \frac{4}{3} = \frac{2}{3}$$

$$13. C_1: (x-1)^2 + (y+1)^2 = 2 \Rightarrow O_1(1, -1), r_1 = \sqrt{2}$$

$$C_2: (x-2)^2 + (y+2)^2 = 8 \Rightarrow O_2(2, -2), r_2 = 2\sqrt{2}$$

$$C_1 \text{ 的圓心 } O_1(1, -1) \text{ 至 } L: x - y - 4 = 0 \text{ 之距離} = \frac{|1+1-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = \sqrt{2} = r_1$$

$\Rightarrow C_1$ 與 L 相切, C_1 與 L 恰 1 交點

$$C_2 \text{ 的圓心 } O_2(2, -2) \text{ 至 } L: x - y - 4 = 0 \text{ 之距離} = \frac{|2+2-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}} = 0$$

$\Rightarrow L$ 過 C_2 的圓心 $\Rightarrow C_2$ 與 L 交 2 點 \Rightarrow 共 3 個交點

$$14. \tan \theta = \frac{7}{25} \Rightarrow \sqrt{7^2+25^2} = \sqrt{674} \Rightarrow \begin{array}{c} \sqrt{674} \\ \theta \\ 25 \end{array} \begin{array}{c} 7 \end{array}$$

$$a = \sin \theta \cos \theta = \begin{cases} \frac{7}{\sqrt{674}} \times \frac{25}{\sqrt{674}} = \frac{175}{674} \\ \left(\frac{-7}{\sqrt{674}}\right) \left(\frac{-25}{\sqrt{674}}\right) = \frac{175}{674} \end{cases} \Rightarrow 0 < a < \frac{1}{2}$$

$$15. \begin{vmatrix} 2 & 3 & 4 \\ 0 & a & -1 \\ 0 & 6 & 2 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 0 & b & 2 \\ 4 & 6 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \end{vmatrix} \Rightarrow \text{分別降階} \Rightarrow 2 \begin{vmatrix} a & -1 \\ 6 & 2 \end{vmatrix} = -4 \begin{vmatrix} b & 2 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$$

$$\Rightarrow 2(2a+6) = -4(b-6) \Rightarrow 4a+12 = -4b+24 \Rightarrow 4a+4b = 12 \Rightarrow a+b = 3$$

$$16. \sin \theta = \frac{3}{5} \begin{array}{c} 5 \\ \theta \\ 4 \end{array} \begin{array}{c} 3 \end{array} \Rightarrow \cos \theta = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin 2\theta = 2\sin \theta \cos \theta = 2 \times \frac{3}{5} \times \frac{4}{5} = \frac{24}{25}$$

$$\cos 2\theta = 1 - 2\sin^2 \theta = 1 - 2\left(\frac{3}{5}\right)^2 = 1 - \frac{18}{25} = \frac{7}{25}$$

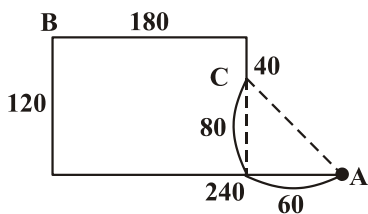
$$a = \sin 4\theta = 2\sin 2\theta \cos 2\theta = 2\left(\frac{24}{25}\right)\left(\frac{7}{25}\right) = \frac{336}{625} \Rightarrow \frac{1}{2} < a < \frac{3}{4}$$

$$17. \text{依題意兩焦點 } F(2, -3), F'(-4, -3) \Rightarrow \overline{PF} + \overline{PF'} = 10 = 2a \Rightarrow a = 5$$

$$\text{又 } 2c = 2 - (-4) = 6 \Rightarrow c = 3 \therefore a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow b = 4, \text{短軸長 } 2b = 8$$

$$18. \text{股票 } x \text{ 萬元不會低於債券 } y \text{ 萬元的 } 2 \text{ 倍} \Rightarrow x \leq y \times 2 \Rightarrow x \geq 2y, \text{ 又 } x + y \leq 600$$

19. 依題意作圖如右



則 \overline{AC} 為畢氏定理 $\sqrt{60^2+80^2} = 100$

20. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(n+1)}{2}$ 之前 5 項和 $\frac{1 \times 2}{2} + \frac{2 \times 3}{2} + \frac{3 \times 4}{2} + \frac{4 \times 5}{2} + \frac{5 \times 6}{2}$

$$= 1 + 3 + 6 + 10 + 15 = 35$$

21. 十位數為 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 時, 則個位數為其他 6 個數

個位數為 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 時, 則十位數為其他 6 個數

$$\Rightarrow (1+2+3+4+5+6+7) \times 6 \times 10 + (1+2+3+4+5+6+7) \times 6$$

$$= 28 \times 6 \times 10 + 28 \times 6 = 1848$$

22. 會有 30 個生日, 而每個生日的機率皆 $\frac{1}{365}$, 而 30 個生日還要排給 30 個學生

$$\Rightarrow P_{30}^{365} \left(\frac{1}{365}\right)^{30}$$

23. $= \int_0^1 [2x + f(x)] dx + \int_1^3 f(x) dx + \int_3^0 f(x) dx$

$$= \int_0^1 2x dx + \int_0^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx$$

$$= x^2 \Big|_0^1 + \int_0^3 f(x) dx - \int_0^3 f(x) dx = 1^2 - 0^2 = 1$$

24. $(x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$ $(x-1)^2 = x^2 - 2x + 1$

$$1+2+1 \sqrt{\frac{1}{1+b+c}} \quad (b-2)x+(c-1) \text{ 可被 } (x-1) \text{ 整除} \Rightarrow \frac{b-2}{1} = \frac{c-1}{-1}$$

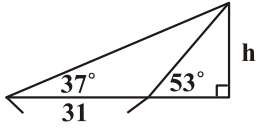
$$\frac{1+2+1}{(b-2)+(c-1)} \Rightarrow -b+2=c-1 \Rightarrow b+c=3 \dots (1)$$

$$1-2+1 \sqrt{\frac{1}{1+b+c}} \quad (b+2)x+(c-1) \text{ 可被 } (x+1) \text{ 整除} \Rightarrow \frac{b+2}{1} = \frac{c-1}{1}$$

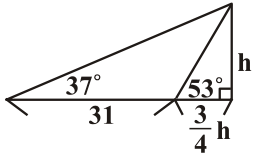
$$\frac{1-2+1}{(b+2)+(c-1)} \Rightarrow b+2=c-1 \Rightarrow b-c=-3 \dots (2)$$

由(1)、(2)得 $b=0$, $c=3$

25. 設佛像高 h 公尺



$$\therefore \tan 37^\circ = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{array}{c} 5 \\ \triangle \\ 37^\circ \quad 53^\circ \\ 4 \quad 3 \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \triangle \\ 53^\circ \\ \frac{3}{4}h \end{array} \rightarrow \begin{array}{c} \triangle \\ 37^\circ \\ \frac{4}{3}h \end{array}$$



$$\Rightarrow 31 + \frac{3}{4}h = \frac{4}{3}h \Rightarrow 31 = \frac{16-9}{12}h \Rightarrow h = \frac{31 \times 12}{7} = 53$$

ALeader